

### А. Ларин. Тренировочный вариант № 477.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение  $0,5 \sin^2 6x - \sin^2 \left( \frac{3\pi}{2} - 3x \right) = 0$ .

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие интервалу  $\left( 0; \frac{\pi}{2} \right)$ .

2. Сторона основания правильной шестиугольной пирамиды  $SABCDEF$  равна 6. Боковое ребро наклонено к основанию под углом  $60^\circ$ . Через меньшую диагональ основания  $AC$  проведено сечение, которое пересекает высоту пирамиды в точке, удаленной от основания на расстояние  $\sqrt{3}$ .

а) Докажите, что это сечение перпендикулярно противоположному к  $AC$  боковому ребру пирамиды  $SE$ .

б) Найдите площадь сечения.

3. Решите неравенство:  $\frac{5^x + \log_5^2 x - 20}{\log_5 x - 5^x} \geq -1$ .

4. В августе 2025 года планируется взять кредит на 5 лет в размере 210 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июль каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в августе 2026, 2027 и 2028 годов долг остаётся равным 210 тыс. рублей;
- выплаты в 2029 и 2030 годах равны;
- к августу 2030 года долг будет выплачен полностью.

Найдите  $r$ , если известно, что долг будет выплачен полностью и общий размер выплат составит 305 тыс. рублей.

5. Два квадрата  $ABCD$  и  $AMNK$  с периметрами соответственно 20 и 24 располагают в круге так, что точки  $C, D, M, N$  лежат на окружности,  $A$  — общая,  $B$  и  $K$  внутри круга, угол  $BAK$  — острый.

а) Докажите, что угол  $BAK$  равен  $\frac{\pi}{4}$ .

б) Найдите площадь круга.

6. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых график функции

$$f(x) = x^2 - 3x + 2 - |x^2 - 5x + 4| - a$$

пересекает ось абсцисс менее чем в трех различных точках.

7. Символом  $[a]$  обозначается целая часть числа  $a$ , то есть наибольшее целое число, не превосходящее  $a$ . Например,  $[\sqrt{2}] = 1$  и  $[-3,4] = -4$ .

а) Существует ли такое натуральное число  $n$ , что  $[\sqrt{n+1}] \cdot [\sqrt{n-1}] = n$ ?

б) Существует ли такое натуральное число  $n$ , что  $[\sqrt{n+25}] \cdot [\sqrt{n-24}] = n$ ?

в) Найдите все натуральные числа  $n$ , для которых  $[\sqrt{n+65}] \cdot [\sqrt{n-64}] = n$ .