

А. Ларин. Тренировочный вариант № 475.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\sin 6\pi x - \cos 3\pi x = \sqrt{2} \cos\left(3\pi x - \frac{\pi}{4}\right) - 1$.

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $[1 - \sqrt{2}; \sqrt{2} - 1]$.

2. Дан тетраэдр $SABC$. На его ребре AC выбрана точка P так, что $AP : PC = 3 : 5$. Также на ребрах SA , SB и BC выбраны точки T , Q и R соответственно так, что $PTQR$ — квадрат со стороной 3.

а) Докажите, что $BR : RC = 3 : 5$.

б) Найдите расстояние от точки C до плоскости PTQ , если известно, что объем тетраэдра равен 32.

3. Решите неравенство $\frac{\sqrt{1-x^2} + 2x + x - 2}{\log_5(1,5-x) + \log_5 2} \leq 0$.

4. В июле 2025 года планируется взять кредит на десять лет в размере 1800 тысяч рублей. Условия его возврата таковы

— каждый январь 2026, 2027, 2028, 2029, 2030 годов долг будет возрастать на 10% по сравнению с концом предыдущего года;

— каждый январь 2031, 2032, 2033, 2034, 2035 годов долг будет возрастать на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;

— в июле 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

— в июле 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

— к июлю 2035 года долг должен быть выплачен полностью.

Найдите r , если известно, что общие суммы выплат за первые пять лет и за последние пять лет должны составить соответственно 1540 тысяч и 1420 тысяч рублей.

5. Диагонали равнобедренной трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC перпендикулярны. Окружность с диаметром AD пересекает боковую сторону CD в точке L , а окружность с диаметром AC пересекает основание AD в точке K . Отрезки AL и CK пересекаются в точке M .

а) Докажите, что точка M лежит на диагонали BD трапеции $ABCD$.

б) Найдите расстояние от точки M до боковой стороны AB , если $BC = 4$, $AD = 28$.

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \cos(y - a) - 2 \cos x = 0, \\ \log_2(ay - y^2) = 2 \log_4(-x) - \log_{0,5}(3y) \end{cases}$$

имеет нечетное число решений.

7. Пусть $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2025}$ — некоторые действительные числа, причем $|a_{i+1} - a_i| \leq 1$ для $i = 1, 2, 3, \dots, 2024$. Рассмотрим выражение $S = a_1a_2 + a_2a_3 + a_3a_4 + \dots + a_{2024}a_{2025}$.

а) Может ли $S = 2$?

б) Может ли $S = -1$?

в) Какое наименьшее возможное значение S ?