

А. Ларин. Тренировочный вариант № 474.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\frac{3 \sin x - 4}{\sin x - 1} + \frac{1}{\sin^2 x - \sin x} = 1$.

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

2. В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ с вершиной S на боковом ребре SE отмечена точка K такая, что $SK : KE = 2 : 3$.

а) Докажите, что плоскость ACK делит ребра SF и SD пополам.

б) Найдите отношение, в котором плоскость ACK делит объем пирамиды $SABCDEF$.

3. Решите неравенство: $\frac{(|x^2 - 8x + 16| - |x - 4|) \cdot (|x + 6| - |x - 2|)}{(|x^2 - 1| - 8) \cdot (x^2 - 6|x| + 5)} \leq 0$.

4. Индивидуальный предприниматель в течение нескольких дней ежедневно покупал в магазине одежды 200 изделий на сумму 158 тыс. рублей: джинсы по 1000 руб. за штуку, рубашки — по 800 руб. за штуку, сумки — по 400 руб. за штуку. Найдите максимальное число сумок, которое могло быть куплено предпринимателем в один из таких дней.

5. Две окружности с центрами O_1 и O_2 равных радиусов касаются внешним образом и вписаны в острые углы прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C . Известно, что одна из окружностей касается гипотенузы AB в середине.

а) Докажите, что один из углов треугольника ABC равен 30° .

б) Окружность с центром O_1 касается катета AC в точке M , окружность с центром O_2 касается катета BC в точке N . Найдите площадь многоугольника $MCNO_2O_1$, если радиус окружностей равен 1.

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x+3) \cdot (x^2 + y^2 - 3y - 2) = |x+3| \cdot (3y+2), \\ 3y - 2x = a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

7. Магическим квадратом будем называть квадратную таблицу 3×3 , заполненную девятью натуральными однозначными числами таким образом, что сумма чисел в каждой строке, каждом столбце и на обеих диагоналях была одинакова. Магический квадрат называется нормальным, если в его клетках по одному разу стоят все числа от 1 до 9.

а) В левом верхнем углу магического квадрата стоит число 8. Может ли в правом нижнем углу стоять число 3?

б) Сколько существует нормальных магических квадратов?

в) Сколько существует разных магических квадратов?