

А. Ларин. Тренировочный вариант № 472.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\log_{\sin x}(\sin 2x + 2\sqrt{3}\sin^2 x + \sin x) = 1$.
 б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

2. Точки M и N — середины ребер AB и BC соответственно куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Прямые CM и DN пересекаются в точке O . Через центры граней $ABB_1 A_1$ и $BCC_1 B_1$ и точку O проходит плоскость α .
 а) Докажите, что плоскость α делит ребро AB куба в отношении $1 : 4$, считая от точки A .
 б) Найдите угол между плоскостью α и плоскостью ABC .

3. Решите неравенство: $(2^x + 0,09 \cdot 2^{-x})^{\frac{1}{2x}} \geq (2^x + 0,09 \cdot 2^{-x})^{\frac{1}{1-x}}$.

4. В июле 2024 года планируется взять кредит на 4 года на сумму 500 тысяч рублей.
 Условия возврата:
 — в январе 2025 г сумма долга увеличится на 10%;
 — каждый последующий январь долг будет возрастать на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
 — с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить часть долга одним платежом;
 — платежи 2025, 2026, 2027 годов должны быть равными;
 — в июле 2028 г долг должен быть погашен полностью.
 После погашения кредита сумма всех платежей составляет 676,8 тыс. руб. Сколько рублей составит платеж в 2025 году?

5. Точка O — центр правильного шестиугольника $ABCDEF$. Через точку B и середину отрезка OD проведена прямая, пересекающая сторону ED в точке T .
 а) Докажите, что прямая BT делит площадь шестиугольника в отношении $5 : 13$.
 б) Найдите расстояние между точками касания окружностей, вписанных в треугольники BET и BCT с прямой BT , если сторона шестиугольника $ABCDEF$ равна $\sqrt{13} - 1$.

6. Найдите все значения параметра p , при каждом из которых уравнение $8\sin^3 x = p + 9\cos 2x$ не имеет решений.

7. Из четырёхзначного натурального числа вычитают сумму всех его цифр, затем полученное число делят на 3.
 а) Могло ли в результате такой операции получиться число 3111?
 б) Могло ли в результате такой операций получиться число 2075?
 в) Сколько различных чисел может получиться в результате такой операции из чисел от 5200 до 6000 включительно?