А. Ларин. Тренировочный вариант № 471.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\sin 3x = 2\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие промежутку $\left(-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

2. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания $AB = 4$, а боковое ребро $SA = 2\sqrt{5}$. Точки M и N — середины ребер CD и AB соответственно. Точка N — вершина пирамиды $NSCD$, NT — ее высота.

а) Докажите, что точка T делит SM пополам.

б) Найдите расстояние между прямыми NT и SC.

3. Решите неравенство: $\left(\frac{2}{9^x - 3^{x+1}} + 1\right) \cdot \log_2(9x^2 - 12x + 5) \geqslant 0$.

4. 15-го декабря планируется взять кредит в банке на сумму 1200 тысяч рублей на 17 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца с 1-го по 16-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

— к 15-му числу 17-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какой долг будет 15-го числа 16-го месяца, если общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1472 тысячи рублей?

5. В трапеции $ABCD$ известно, что $\angle ABD = \angle ACD = 90^\circ$.

а) Докажите, что $AB = CD$.

б) Найдите AD, если $AB = 2\sqrt{6}$, $BC = 8$.

6. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} (|x-a| + 2|y-1| - 4) \cdot (x^2 + (y-4)^2 - 1) \cdot \ln(y - x^2) = 0, \\ (|x-a| + 2|y-1| - 4) \cdot \left(\frac{|a|}{15} \cdot (x-4) - y + 5\right) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 различных решения.

7. В футбольном турнире участвовало 10 команд, при этом каждая команда играла с каждой ровно по одному разу. За победу в одной игре команде присуждается 3 очка, за ничью — одно очко, за поражение — 0.

а) Команда «Легион», участвовавшая в этом турнире, набрала 17 очков. Сколько матчей она могла завершить вничью?

б) Сколько матчей всего было завершено вничью, если сумма очков, набранных всеми командами в сумме, в 60 раз больше количества очков, набранных одной из команд?

в) Найдите наибольшее возможное число ничьих на турнире, если любые две команды, сыгравшие между собой вничью, набрали в итоге разное количество очков, причем найдется команда, завершившая ровно 6 матчей вничью?