

ЕГЭ по математике 05.07.2024. Добровольная пересдача. Санкт-Петербург. Вариант 402

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $2\cos^2 x - \sqrt{3}\sin(x - \pi) - 2 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

2. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ на ребрах AB , $A_1 B_1$ и $B_1 C_1$ отмечены точки K , L и M соответственно так, что $KLMC$ — равнобедренная трапеция с основаниями 4 и 8.

а) Докажите, что точка M — середина ребра $B_1 C_1$.

б) Найдите угол между плоскостями KLM и ABC , если площадь трапеции $KLMC$ равна $12\sqrt{2}$.

3. Решите неравенство: $1 + \frac{14}{3^x - 9} + \frac{48}{9^x - 2 \cdot 3^{x+2} + 81} \geq 0$.

4. В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на сумму 300 000 рублей. Условия возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Найдите r , если известно, что кредит будет полностью погашен за два года, причём в первый год будет выплачено 260 000 рублей, а второй год — 169 000 рублей.

5. На сторонах BC и CD квадрата $ABCD$ отмечены точки E и K соответственно. Известно, что $AE = 3$, $EK = 1$, $AK = \sqrt{10}$.

а) Докажите, что $CK = \frac{1}{3}BE$.

б) Найдите площадь четырехугольника $ABCK$.

6. Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} |2x| + |y| = 2a, \\ x^2 + xy - 2x - 2y = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 различных решения.

7. На сайте проводится опрос, кого из футболистов посетители сайта считают лучшим по итогам сезона. Каждый посетитель голосует за одного футболиста. На сайте отображается рейтинг каждого футболиста — доля голосов, отданных за него, в процентах, округленная до целого числа. Например, числа 9,3, 10,5 и 12,7 округляются до 9, 11 и 13 соответственно.

а) Всего проголосовало 11 посетителей сайта. Мог ли рейтинг некоторого футболиста быть равным 38?

б) Пусть посетители сайта отдавали голоса за одного из трех футболистов. Могло ли быть так, что все три футболиста получили разное число голосов, но их рейтинги одинаковы?

в) На сайте отображалось, что рейтинг некоторого футболиста равен 5. Это число не изменилось и после того, как Вася отдал свой голос за этого футболиста. При каком наименьшем числе отданных за всех футболистов голосов, включая Васин голос, такое возможно?