

## ЕГЭ по математике 31.05.2024. Основная волна. Санкт-Петербург. Часть 2.

## Вариант 2.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение  $\cos 2x + \sqrt{3} \sin(x + \pi) - 1 = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ .

2. В правильной четырехугольной пирамиде  $SABCD$  с основанием  $ABCD$  точка  $O$  — центр основания пирамиды, точка  $M$  — середина ребра  $SC$ , точка  $K$  делит ребро  $BC$  в отношении  $BK : KC = 3 : 2$ , а  $AB = 4$  и  $SO = 2\sqrt{23}$ .

а) Докажите, что плоскость  $OMK$  параллельна прямой  $SA$ .

б) Найдите длину отрезка, по которому плоскость  $OMK$  пересекает грань  $SAD$ .

3. Решите неравенство:  $\frac{3^x + 9}{3^x - 9} + \frac{3^x - 9}{3^x + 9} \geq \frac{4 \cdot 3^{x+1} + 144}{9^x - 81}$ .

4. В июле 2024 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма выплат после полного погашения кредита на 77 200 рублей больше суммы, взятой в кредит?

5. Пятиугольник  $ABCDE$  вписан в окружность. Известно, что  $AB = CD = 3$  и  $BC = DE = 4$ .

а) Докажите, что  $AC = CE$ .

б) Найдите длину диагонали  $BE$ , если  $AD = 6$ .

6. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} y = 1 - |x - a|, \\ |y| + x^2 + 2x = 0. \end{cases}$$

имеет четыре решения.

7. В порту имеются только заполненные контейнеры, масса каждого из которых равна 40 тонн или 60 тонн. В некоторых контейнерах находится сахарный песок. Количество контейнеров с сахарным песком составляет 40% от общего числа контейнеров.

- а) Может ли масса контейнеров с сахарным песком составлять 36% от общей массы?
- б) Может ли масса контейнеров с сахарным песком составлять 60% от общей массы?
- в) Какую наибольшую долю в процентах может составлять масса контейнеров с сахарным песком от общей массы?