

ЕГЭ по математике 31.05.2024. Основная волна. Санкт-Петербург. Часть 2.
Вариант 1.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\cos 2x - \sqrt{2} \sin(x + \pi) - 1 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

2. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с основанием $ABCD$ точка O — центр основания пирамиды, точка M — середина ребра SC , точка K делит ребро BC в отношении $BK : KC = 2 : 1$, $AB = 6$ и $SO = 3\sqrt{7}$.

а) Докажите, что плоскость OMK параллельна прямой SA .

б) Найдите длину отрезка, по которому плоскость OMK пересекает грань SAD .

3. Решите неравенство: $\frac{2^x + 8}{2^x - 8} + \frac{2^x - 8}{2^x + 8} \geq \frac{2^{x+4} + 96}{4^x - 64}$.

4. В июле 2024 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 10% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма выплат после полного погашения кредита на 40 980 рублей больше суммы, взятой в кредит?

5. Пятиугольник $ABCDE$ вписан в окружность. Известно, что $AB = CD = 5$ и $BC = DE = 8$.

а) Докажите, что $AC = CE$.

б) Найдите длину диагонали BE , если $AD = 10$.

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} y = |x - a| - 4, \\ 4|y| + x^2 + 8x = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 различных решения.

7. В порту имеются только заполненные контейнеры, масса каждого из которых равна 20 тонн или 60 тонн. В некоторых контейнерах находится сахарный песок. Количество контейнеров с сахарным песком составляет 75% от общего числа контейнеров.

а) Может ли масса контейнеров с сахарным песком составлять 80% от общей массы?

б) Может ли масса контейнеров с сахарным песком составлять 40% от общей массы?

в) Какую наибольшую долю в процентах может составлять масса контейнеров с сахарным песком от общей массы?