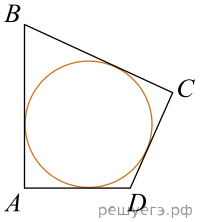
ЕГЭ по математике 31.05.2024. Основная волна. Разные города

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1.

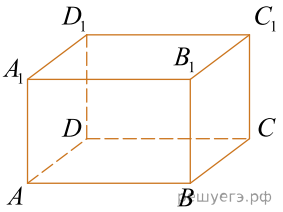
В четырехугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB = 10$, $CD = 16$. Найдите периметр четырехугольника $ABCD$.



2. Даны векторы $\vec{a}(3;\ -2)$ и $\vec{b}(0;\ 1)$. Найдите скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

3.

Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, B_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, у которого $AB = 3$, $AD = 3$, $AA_1 = 4$.



4. В группе туристов 20 человек. Их вертолётом в несколько приёмов забрасывают в труднодоступный район по 5 человек за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист Ф. полетит вторым рейсом вертолёта.

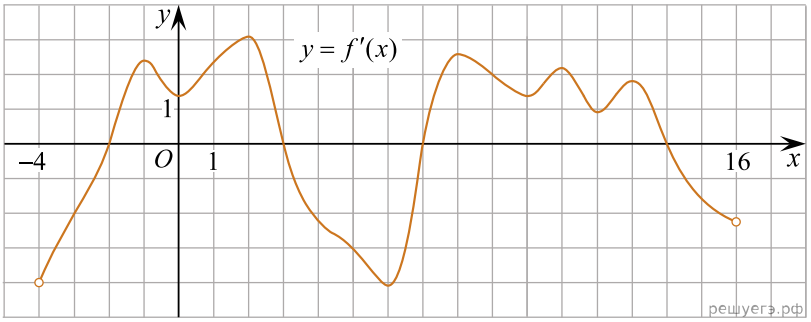
5. Биатлонист 5 раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,5. Найдите вероятность того, что биатлонист первые 3 раза попал в мишени, а последние два промахнулся. Результат округлите до сотых.

6.

Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{2}\right)^{6-2x} = 4$.

7. Найдите значение выражения $7\sqrt{2}\cos\frac{15\pi}{8}\sin\frac{15\pi}{8}$.

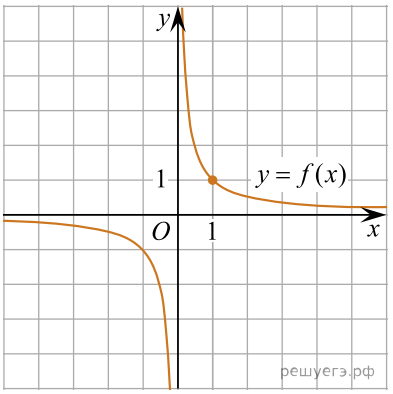
8. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-4;16)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$ на отрезке $[0;13]$.



9. Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому $P = \sigma S T^4$, где P — мощность излучения звезды (в ваттах), $\sigma = 5{,}7 \cdot 10^{-8} \dfrac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$ — постоянная, S — площадь поверхности звезды (в квадратных метрах), а T — температура (в кельвинах). Известно, что площадь поверхности некоторой звезды равна $\dfrac{1}{729} \cdot 10^{20}\,\text{м}^2$, а мощность её излучения равна $5{,}13 \cdot 10^{25}$ Вт. Найдите температуру этой звезды в кельвинах.

10. Первый насос наполняет бак за 20 минут, второй — за 30 минут, а третий — за 1 час. За сколько минут наполнят бак три насоса, работая одновременно?

11. На рисунке изображён график функции $f(x) = \dfrac{k}{x}$. Найдите $f(10)$.



12. Найдите точку минимума функции $y = \dfrac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - 2x + 1$.

13. а) Решите уравнение $2\sin^2 x + 3\sqrt{3}\sin\left(\dfrac{\pi}{2} + x\right) + 4 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\dfrac{5\pi}{2}\right]$.

14. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с основанием $ABCD$ точка O — центр основания пирамиды, точка M — середина ребра SC, точка K делит ребро BC в отношении $BK : KC = 2 : 1$, $AB = 6$ и $SO = 3\sqrt{7}$.

а) Докажите, что плоскость OMK параллельна прямой SA.

б) Найдите длину отрезка, по которому плоскость OMK пересекает грань SAD.

15. Решите неравенство $3^x - 8 - \dfrac{2 \cdot 3^x \cdot 3 - 19}{9^x - 5 \cdot 3^x + 6} \leqslant \dfrac{1}{3^x - 3}$.

16. В июле 2026 года планируется взять кредит на 3 года в размере 800 тысяч рублей. Условия его возврата таковы:

— в январе 2027 и 2028 годов долг будет возрастать на 10% по сравнению с концом предыдущего года;

— в январе 2029 года долг будет возрастать на 20% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга.

Платежи в 2027, 2028 и 2029 годах должны быть равными; к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью.

Найдите сумму всех платежей после полного погашения кредита.

17. Периметр треугольника ABC равен 24. Точки E и F — середины сторон AB и BC соответственно. Отрезок EF касается окружности, вписанной в треугольник ABC.

а) Докажите, что $AC = 6$.

б) Найдите площадь треугольника ABC, если $\angle ACB = 90^\circ$.

18. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} y = |x - a| - 4, \\ 4|y| + x^2 + 8x = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 различных решения.

19. Есть 16 монеток по 2 рубля и 29 монеток по 5 рублей.

а) Можно ли взять несколько из них так, чтобы сумма взятых монет была равна 175?

б) Можно ли взять несколько из них так, чтобы сумма взятых монет была равна 176?

в) Какое наименьшее количество монеток по 1 рублю нужно добавить в набор, чтобы можно было получить любую целую сумму от 1 до 180 включительно?