

А. Ларин. Тренировочный вариант № 467.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $3 \cdot 2^{\sin 2x} - 2 \cdot 6^{\sin 2x} - 18^{\sin 2x} = 0$.

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{9\pi}{2}; -\frac{5\pi}{2}\right)$.

2. Точки M и N соответственно — середины ребер AB и BC правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$ с вершиной S . Через точки M и N проведена плоскость α , которая пересекает ребра AS и CS в точках P и Q соответственно. Оказалось, что прямые PM и QN параллельны друг другу.

а) Докажите, что плоскость α параллельна ребру BS .

б) Найдите площадь пятиугольника, который получается в сечении пирамиды $SABCD$ плоскостью α , если известно, что $AB = 16$ и $BS = 18$.

3. Решите неравенство:

$$\frac{2 \log_{x-2}^2 \frac{x^2-4x+4}{10-3x}}{4 - 2 \log_{x-2}(16x - 20 - 3x^2) - \log_{x-2}(3x - 10)^2} \leq 3.$$

4. Валерий открыл вклад в банке, по которому банк выплачивает 8% годовых. По договору вклада он может снимать со счёта деньги не чаще одного раза в год после начисления банком процентов. В конце второго года Валерий снял со счёта 229 000 рублей, а в конце третьего года он снял со счёта 350 000 рублей, после чего сумма на счёте составила 190 000 рублей. Какую сумму вносил Валерий при открытии счёта?

5. Две окружности пересекаются в точках P и Q . Через точку P проведена касательная к первой из этих окружностей, пересекающая вторую окружность в точке L , а через точку Q проведена касательная ко второй окружности, пересекающая первую окружность в точке M .

а) Докажите, что прямые PM и QL параллельны.

б) Найдите наименьшее возможное значение суммы длин отрезков PM и QL , если $PQ = 1$.

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} z \cos(x - y) + (2 + xy) \sin(x + y) - z = 0, \\ x^2 + (y - 1)^2 + z^2 = a + 2x, \\ (x + y + a \sin^2 z)((1 - a) \ln(1 - xy) + 1) = 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

7. На доске написаны числа 7 и 8. За один ход разрешено заменить написанную на доске пару чисел a и b парой $2a - 1$ и $a + b$ (например, из пары 7 и 8 за один ход можно получить либо числа 13 и 15, либо числа 15 и 15).

а) Может ли случиться так, что после нескольких ходов одно из написанных на доске чисел будет равно 99?

б) Может ли случиться так, что после 22 ходов одно из написанных на доске чисел будет равно 8 787 878?

в) После 1001 хода на доске получили пару чисел, не равных друг другу. Какое наименьшее значение может иметь разность между большим и меньшим из этих чисел.