

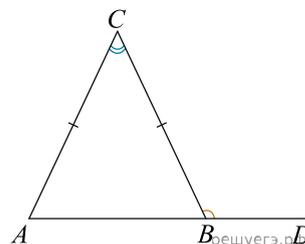
## ЕГЭ по математике 29.03.2024. Досрочная волна.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

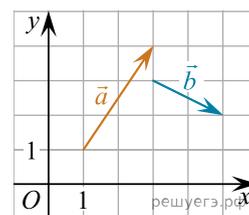
Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1.

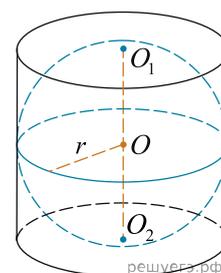
В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ . Внешний угол при вершине  $B$  равен  $107^\circ$ . Найдите угол  $C$ . Ответ дайте в градусах.



2. На координатной плоскости изображены векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , координатами которых являются целые числа. Найдите скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .



3. Шар вписан в цилиндр. Площадь полной поверхности цилиндра равна 30. Найдите площадь поверхности шара.



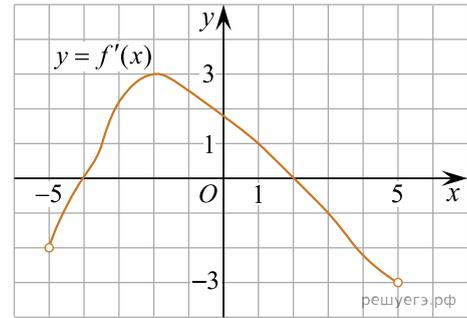
4. Вероятность того, что на тестировании по математике учащийся А. верно решит больше четырёх задач, равна 0,73. Вероятность того, что А. верно решит больше трёх задач, равна 0,86. Найдите вероятность того, что А. верно решит ровно 4 задачи.

5. Игральную кость бросили два раза. Известно, что шесть очков не выпали ни разу. Найдите при этом условии вероятность события «сумма выпавших очков окажется равна 10».

6. Решите уравнение  $3^{x-8} = \frac{1}{81}$ .

7. Найдите значение выражения  $\log_2 56 - \log_2 7$ .

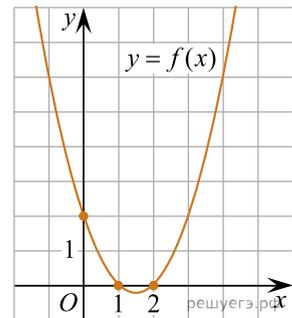
8. На рисунке изображен график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-5; 5)$ . Найдите точку максимума функции  $f(x)$ .



9. Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением  $a$  км/ч<sup>2</sup>. Скорость вычисляется по формуле  $v = \sqrt{2la}$ , где  $l$  — пройденный автомобилем путь. Найдите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав один километр, приобрести скорость 120 км/ч. Ответ выразите в км/ч<sup>2</sup>.

10. Два велосипедиста одновременно отправились в 190-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 9 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 9 часов раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым. Ответ дайте в км/ч.

11. На рисунке изображён график функции  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . Найдите  $f(-2)$ .



12. Найдите точку максимума функции  $y = x^3 - 108x + 23$ .

13. а) Решите уравнение  $2 \cos x - \sqrt{3} \sin^2 x = 2 \cos^3 x$ .

б) Определите, какие из его корней принадлежат отрезку  $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$ .

14. В правильной четырехугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  плоскость  $\alpha$  проходит через вершины  $B_1$  и  $D$ , пересекает стороны  $AA_1$  и  $CC_1$  в точках  $M$  и  $K$  соответственно, а сечение призмы плоскостью  $\alpha$  является ромбом.

а) Докажите, что точка  $M$  — середина ребра  $AA_1$ .

б) Найдите высоту призмы, если площадь основания равна 3, а площадь сечения равна 6.

15. Решите неравенство  $\log_{11}(2x^2 + 1) + \log_{11}\left(\frac{1}{32x} + 1\right) \geq \log_{11}\left(\frac{x}{16} + 1\right)$ .

16. Вадим является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары при использовании одинаковых технологий. Если рабочие на одном из заводов трудятся суммарно  $t^2$  часов в неделю, то за эту неделю они производят  $t$  единиц товара. За каждый час работы на заводе, расположенном в первом городе, Вадим платит рабочему 200 рублей, а на заводе, расположенном во втором городе, — 300 рублей. Вадим готов выделять 1 200 000 рублей в неделю на оплату труда рабочих. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах?

17. Дан остроугольный треугольник  $ABC$ . Его высоты  $BB_1$  и  $CC_1$  пересекаются в точке  $H$ .

- а) Докажите, что  $\angle BAH = \angle BB_1C_1$ .
- б) Найдите расстояние от центра описанной окружности треугольника  $ABC$  до стороны  $BC$ , если  $C_1B_1 = 18$ , а  $\angle BAC = 30^\circ$ .

18. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x^2 - a^2} = \sqrt{4x^2 - (4a + 2)x + 2a}$$

на отрезке  $[0; 1]$  имеет ровно один корень.

19. Дан набор цифр 0, 1, 2, 3, 5, 7, 9. Из него выбирают три различные цифры и составляют трёхзначное число  $A$ . Из оставшихся четырёх цифр составляют четырёхзначное число  $B$ . Известно, что число  $A$  кратно 45 и число  $B$  кратно 45.

- а) Может ли сумма чисел  $A + B$  быть равна 2205?
- б) Может ли сумма чисел  $A + B$  быть равна 3435?
- в) Чему равна наибольшая возможная сумма чисел  $A + B$ ?