

А. Ларин. Тренировочный вариант № 464.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\frac{(\operatorname{tg} x + \sqrt{3}) \cdot \log_{13}(2 \sin^2 x)}{\log_{31}(\sqrt{2} \cos x)} = 0$.

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$.

2. В правильной треугольной призме $ABC A_1 B_1 C_1$ сторона основания равна 4, а боковое ребро равно 2. Через точку пересечения диагоналей грани $AA_1 BB_1$ и середину ребра CC_1 проходит плоскость α под углом 45° к плоскости основания призмы, *пересекающая сторону BC*.

- а) Докажите, что плоскость α проходит через середину M ребра BC .
 б) Найдите угол между плоскостями α и $AB_1 M$.

3. Решите неравенство: $\frac{\log_7 x \cdot (2 - \log_4 x)}{\log_4 x} \geq \log_x \frac{x}{4} + \log_7 x$.

4. В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на 800 тыс. руб. на 10 лет. Условия его возврата таковы:
 — каждый январь долг увеличивается на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года (r — целое число);
 — с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
 — в июле каждого из годов 2026, 2027, 2028, 2029, 2030 долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше по сравнению с июлем предыдущего года;
 — в июле 2030 года долг должен составлять 500 тыс. руб.;
 — в июле каждого из годов 2031, 2032, 2033, 2034, 2035 долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше по сравнению с июлем предыдущего года;
 — к июлю 2035 года кредит должен быть выплачен полностью.
 Известно, что сумма выплат по кредиту составит 1780 тыс. руб. Найдите, сколько рублей составит платёж в 2034 году.

5. На боковых сторонах AB и BC равнобедренного треугольника ABC со сторонами $AB = BC = 8$ и $AC = 6$ отмечены точки E и D соответственно так, что $AE = 2$, $CD = 1$. Отрезки AD и CE пересекаются в точке O .

- а) Докажите, что отношение площадей треугольников AOE и COD равно $14 : 3$.
 б) Найдите площадь четырехугольника $BDOE$.

6. Определите все значения параметра a , при которых уравнение

$$4x^2 - 8|x| + (2a + |x| + x)^2 = 4$$

имеет ровно два различных корня.

7. В продуктовом магазине есть весы с двумя чашами. На одну чашу весов кладут только продукты, на другую — гири. На чашу для гирь можно положить несколько гирь. Магазины разрешено продавать только целое число килограммов продуктов.

- а) Можно ли некоторым набором из пяти гирь отвесить любое целое число килограммов от 1 до 25?
 б) Можно ли некоторым набором из четырех гирь отвесить любое целое число килограммов от 1 до 25?
 в) Найдите наибольшее значение n такое, что любой вес от 1 до n килограммов можно отвесить каким-нибудь набором из 5 гирь.