

**Задания 17 ЕГЭ–2024**

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Дан остроугольный треугольник  $ABC$ . Его высоты  $BB_1$  и  $CC_1$  пересекаются в точке  $H$ .
  - а) Докажите, что  $\angle BAN = \angle BB_1C_1$ .
  - б) Найдите расстояние от центра описанной окружности треугольника  $ABC$  до стороны  $BC$ , если  $C_1B_1 = 18$ , а  $\angle BAC = 30^\circ$ .
2. Высоты  $BB_1$  и  $CC_1$  остроугольного треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $H$ .
  - а) Докажите, что  $\angle BB_1C_1 = \angle BAN$ .
  - б) Найдите расстояние от центра окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , до стороны  $BC$ , если  $B_1C_1 = 10\sqrt{3}$  и  $\angle BAC = 60^\circ$ .
3. Высоты  $BB_1$  и  $CC_1$  остроугольного треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $H$ .
  - а) Докажите, что  $\angle BB_1C_1 = \angle BAN$ .
  - б) Найдите расстояние от центра окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , до стороны  $BC$ , если  $B_1C_1 = 6$  и  $\angle BAC = 60^\circ$ .
4. Высоты  $BB_1$  и  $CC_1$  остроугольного треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $H$ .
  - а) Докажите, что  $\angle AHB_1 = \angle ACB$ .
  - б) Найдите  $BC$ , если  $AH = 8\sqrt{3}$  и  $\angle BAC = 60^\circ$ .
5. Высоты  $BB_1$  и  $CC_1$  остроугольного треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $H$ .
  - а) Докажите, что  $\angle AHB_1 = \angle ACB$ .
  - б) Найдите длину отрезка  $BC$ , если  $AH = 6$ ,  $\angle BAC = 45^\circ$ .

6. В треугольнике  $ABC$  угол  $ABC$  равен  $60^\circ$ . Окружность, вписанная в треугольник, касается стороны  $AC$  в точке  $M$ .
  - а) Докажите, что отрезок  $BM$  не больше утроенного радиуса вписанной в треугольник окружности.
  - б) Найдите  $\sin \angle BMC$ , если известно, что отрезок  $BM$  в 2,8 раза больше радиуса вписанной в треугольник окружности.
7. Окружность, построенная на медиане  $BM$  равнобедренного треугольника  $ABC$  как на диаметре, второй раз пересекает основание  $BC$  в точке  $K$ .
  - а) Докажите, что отрезок  $BK$  втрое больше отрезка  $CK$ .
  - б) Пусть указанная окружность пересекает сторону  $AB$  в точке  $N$ . Найдите  $AB$ , если  $BK = 18$  и  $BN = 17$ .
8. Пятиугольник  $ABCDE$  — вписанный, точка  $M$  — пересечение диагоналей  $BE$  и  $AD$ . Известно, что  $BCDM$  — параллелограмм.
  - а) Докажите, что две стороны пятиугольника равны.
  - б) Найдите  $AB$ , если известно, что  $BE = 12$ ,  $BC = 5$ ,  $AD = 9$ .
9. Пятиугольник  $ABCDE$  вписан в окружность. Известно, что  $AB = CD = 3$  и  $BC = DE = 4$ .
  - а) Докажите, что  $AC = CE$ .
  - б) Найдите длину диагонали  $BE$ , если  $AD = 6$ .
10. Пятиугольник  $ABCDE$  вписан в окружность. Известно, что  $AB = CD = 5$  и  $BC = DE = 8$ .
  - а) Докажите, что  $AC = CE$ .
  - б) Найдите длину диагонали  $BE$ , если  $AD = 10$ .
11. Окружность с центром в точке  $O$  касается сторон угла с вершиной  $N$  в точках  $A$  и  $B$ . Отрезок  $BC$  — диаметр этой окружности.
  - а) Докажите, что  $\angle ANB = 2\angle ABC$ .
  - б) Найдите расстояние от точки  $N$  до прямой  $AB$ , если известно, что  $AC = 14$  и  $AB = 36$ .
12. Окружность с центром в точке  $O$  касается сторон угла с вершиной  $N$  в точках  $A$  и  $B$ . Отрезок  $BC$  — диаметр этой окружности.
  - а) Докажите, что прямая  $AC$  параллельна биссектрисе угла  $ANB$ .
  - б) Найдите  $NO$ , если  $AB = 24$  и  $AC = 10$ .
13. Периметр треугольника  $ABC$  равен 24. Точки  $E$  и  $F$  — середины сторон  $AB$  и  $BC$  соответственно. Отрезок  $EF$  касается окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .
  - а) Докажите, что  $AC = 6$ .
  - б) Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $\angle ACB = 90^\circ$ .

14. Периметр треугольника  $ABC$  равен 36. Точки  $E$  и  $F$  — середины сторон  $AB$  и  $BC$  соответственно. Отрезок  $EF$  касается окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .

- а) Докажите, что  $AC = 9$ .
- б) Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $\angle ACB = 90^\circ$ .

15. Точка  $O$  — центр вписанной окружности треугольника  $ABC$ . Прямая  $BO$  вторично пересекает описанную окружность треугольника  $ABC$  в точке  $P$ .

- а) Докажите, что  $\angle POA = \angle PAO$ .
- б) Найдите площадь треугольника  $APC$ , если известно, что радиус его описанной окружности равен 8, а  $\angle ABC = 60^\circ$ .

16. Пятиугольник  $ABCDE$  вписан в окружность. Диагонали  $AD$  и  $BE$  пересекаются в точке  $M$ . Известно, что  $BCDM$  — параллелограмм.

- а) Докажите, что  $BC = DE$ .
- б) Найдите длину стороны  $AB$ , если известно, что  $DE = 4$ ,  $AD = 7$ ,  $BE = 8$  и  $AB > BC$ .

17. В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $AK$  и  $CM$ . На них из точек  $M$  и  $K$  опущены перпендикуляры  $ME$  и  $KH$  соответственно.

- а) Докажите, что прямые  $EH$  и  $AC$  параллельны.
- б) Найдите отношение  $EH$  и  $AC$ , если  $\angle ABC = 45^\circ$ .

18. Дана трапеция  $ABCD$  с боковой стороной  $AB$ , которая перпендикулярна основаниям. Из точки  $A$  на сторону  $CD$  опущен перпендикуляр  $AH$ . На стороне  $AB$  взята точка  $E$  так, что прямые  $CE$  и  $AD$  перпендикулярны.

- а) Доказать, что прямые  $BH$  и  $ED$  параллельны.
- б) Найти отношение  $BH$  к  $ED$ , если  $\angle BCD = 135^\circ$ .

19. В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $AK$  и  $CM$ . На них из точек  $M$  и  $K$  опущены перпендикуляры  $ME$  и  $KH$  соответственно.

- а) Докажите, что прямые  $EH$  и  $AC$  параллельны.
- б) Найдите отношение  $EH$  и  $AC$ , если  $\angle ABC = 60^\circ$ .