

А. Ларин: Тренировочный вариант № 89.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\sqrt{11 - 8\cos^4 x - 4 \sin x \cos x} = 3 \sin x + \cos x$;

б) Найдите все корни уравнения на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$.

2. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с длиной ребра, равной 1, на вертикальном ребре AA_1 и на горизонтальном ребре AB взяты точки M и N соответственно, причем

$$AM = \frac{1}{3}, AN = \frac{3}{4}.$$

а) Построить сечение куба плоскостью, проходящей через точки M и N параллельно диагонали AC нижнего основания куба.

б) Найти площадь этого сечения.

3. Решите неравенство $\frac{\log_7 12}{\log_7(x^2 - 9)} \geq \frac{\log_5(x^2 + 8x + 12)}{\log_5(x^2 - 9)}$.

4. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Точка X лежит на его стороне AD , причем $BX \parallel CD$ и $CX \parallel BA$, $AX = \frac{3}{2}$ и $DX = 6$.

а) Докажите, что треугольники ABX и BXC подобны.

б) Найдите BC .

5. В конце августа 2001 года администрация Приморского края располагала некой суммой денег, которую предполагалось направить на пополнение нефтяных запасов края. Надеясь на изменение конъюнктуры рынка, руководство края, отсрочив закупку нефти, положила эту сумму 1 сентября 2001 года в банк. Далее известно, что сумма вклада в банке увеличивалась первого числа каждого месяца на 26% по отношению к сумме на первое число предыдущего месяца, а цена барреля сырой нефти убывала на 10% ежемесячно. На сколько процентов больше (от первоначального объема закупок) руководство края смогло пополнить нефтяные запасы края, сняв 1 ноября 2001 года всю сумму, полученную из банка вместе с процентами, и направив ее на закупку нефти?

6. При каких a уравнение

$$\sqrt[3]{\frac{1}{2}x^3 + x + 1} + \sqrt[3]{-\frac{1}{2}x^3 + x - 1} = \sqrt[3]{ax}$$

имеет ровно 4 корня?

7. а) К любому ли шестизначному числу, начинающемуся с цифры 5, можно приписать справа ещё 6 цифр так, чтобы полученное число было квадратом натурального числа?

б) Тот же вопрос про число, начинающееся на 1.

в) Найдите для каждого натурального n такое наименьшее число k , что к любому n -значному числу можно так приписать справа k цифр, чтобы полученное $(n + k)$ -значное число было квадратом натурального числа.