

### А. Ларин. Тренировочный вариант № 455.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение  $\sqrt{(\sin 3x - 2)^2} - \sqrt{9 \sin^2 3x - 24 \sin 3x + 16} = -4$ .

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ .

2. В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  ребра основания равны 4, а боковые рёбра равны 5. Точка  $K$  — середина ребра  $B_1C_1$ , точка  $P$  лежит на ребре  $CC_1$  так, что  $C_1P : PC = 1 : 4$ .

- а) Докажите, что прямые  $AP$  и  $PK$  перпендикулярны  
 б) Найдите угол между плоскостями  $APK$  и  $CAA_1$ .

3. Решите неравенство:

$$\log_{4 - \frac{x^2}{2}} \left( 55 - \frac{x^2}{2} + \frac{x}{2} \right) \leq \frac{2}{\log_{5 + \sqrt{3}} 2 + \log_{5 + \sqrt{3}} (14 + 5\sqrt{3})}.$$

4. Виктор Михайлович положил в банк 96 000 рублей. Несколько лет ему начислялись то 5%, то 10% годовых, а за последний год начислили 25% годовых. При этом проценты начислялись в конце каждого года и добавлялись к сумме вклада. В результате его вклад стал равным 160 083 рублей. Сколько лет пролежал вклад в банке?

5. Точка  $O$  — центр вписанной окружности треугольника  $ABC$ , точки  $O_1, O_2, O_3$  центры невписанных окружностей, касающихся сторон  $BC, AC, AB$  соответственно.

- а) Докажите, что точка  $O$  является точкой пересечения высот треугольника  $O_1O_2O_3$ .  
 б) Найдите угол  $A$  треугольника  $ABC$ , если отрезок  $OO_1$  короче отрезка  $O_2O_3$  ровно в два раза.

6. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых уравнение

$$\log_a x + \frac{2}{\log_a x} |a + \log_a x| - \frac{a}{\log_a x} = 0$$

имеет хотя бы одно решение.

7. На доске написано число 1025 и еще несколько (не менее двух) натуральных чисел, не превосходящих 3000. Все написанные на доске числа различны. Сумма любых двух из написанных чисел делится на какое-нибудь из остальных.

- а) Может ли на доске быть написано ровно 514 чисел?  
 б) Может ли на доске быть написано ровно 5 чисел?  
 в) Какое наименьшее количество чисел может быть написано на доске?