

А. Ларин: Тренировочный вариант № 104.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Дано уравнение $\sqrt{\sin 2x} = \sqrt{\sqrt{3} \cos x}$.

а) Решите уравнение.

б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку $[4,5; 7,5]$.

2. Основанием пирамиды является трапеция с основаниями 25 и 7 и острым углом $\arccos 0,6$. Каждое боковое ребро пирамиды наклонено к основанию под углом 60° .

а) Докажите, что существует точка M , одинаково удаленная от всех вершин пирамиды (центр описанной сферы).

б) Найдите объем данной пирамиды.

3. Решите неравенство $\log_x(3-x) \cdot \log_x(4-x) - \log_x(x^2 - 7x + 12) + 1 \geq 0$.

4. Равносторонний треугольник ABC вписан в окружность. На окружности отмечена точка M , не совпадающая ни с одной из точек A , B и C .

а) Докажите, что расстояние от точки M до одной из вершин треугольника равно сумме расстояний до двух других вершин.

б) Найдите периметр четырехугольника с вершинами в точках A , B , C и M , если известно, что площадь равна $\frac{49\sqrt{3}}{4}$, а радиус окружности равен $\sqrt{13}$.

5. Курс доллара в течение двух месяцев увеличился на одно и то же число процентов ежемесячно, но не более, чем в 1,5 раза. За сумму, вырученную от продажи в начале первого месяца одного доллара, к концу второго месяца можно было купить на 9 центов меньше, чем в конце первого месяца. На сколько процентов уменьшился курс рубля за два месяца?

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$4^{a^2} \cdot \log_2(|x^2 - 6x + 8| + 2) + 2^{3a - |x^2 - 6x + 8|} \cdot \log_2\left(\frac{1}{2 + 3a - 2a^2}\right) = 0$$

имеет ровно два различных действительных корня.

7. В ряд выписаны натуральные числа: $1^2, 2^2, \dots, (N-1)^2, N^2$. Между ними произвольным образом расставляют знаки «+» и «-» и находят получившуюся сумму. Может ли такая сумма равняться:

А) 4, если $N = 12$;

Б) 0, если $N = 13$;

В) 0, если $N = 16$;

Г) 5, если $N = 18$?

