

А. Ларин: Тренировочный вариант № 98.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Дано уравнение $\sqrt{2^{2x+1} - 17 \cdot 2^x + 8} \cdot \log_2 \left(\sin \frac{\pi x}{4} \right) = 0$.

а) Решите уравнение.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-16; 16]$.

2. В правильной четырехугольной пирамиде $PABCD$ каждое ребро равно 12. На ребре PC отмечена точка K так, что $PK : KC = 1 : 3$.

а) Докажите, что линия пересечения плоскостей ABK и PCD параллельна плоскости ABC .

б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью ABK .

3. Решите неравенство $\log_2 \sqrt{x-1} \cdot \log_{\sqrt{x-1}}(x+3) - \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} \sqrt{x-1} \leq 2 + \log_4 9$.

4. В прямоугольном неравностороннем треугольнике ABC из вершины C прямого угла проведены высота CH , медиана CM и биссектриса CL .

а) Докажите, что CL является биссектрисой угла MCH .

б) Найдите длину биссектрисы CL , если $CH = 3$, $CM = 5$.

5. В 8-литровой колбе находится смесь азота и кислорода, содержащая 32% кислорода (по объёму). Из колбы выпустили некоторое количество смеси и добавили столько же азота, затем снова выпустили такое же, как и в первый раз, количество новой смеси и добавили столько же азота. В итоге процентное содержание кислорода в смеси составило 12,5% (по объёму). Сколько литров смеси выпускали каждый раз?

6. Найдите все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} y = \log_2 \left(5 + 4 \cdot \frac{|x-2|}{x-2} - \frac{|x+5|}{x+5} \right), \\ x^2 + 4x + (y-a)^2 = 21 \end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

7. А) Найдите какое-либо натуральное число, у которого ровно 10 делителей (включая 1 и само число).

Б) Найдите наименьшее натуральное число, у которого ровно 10 делителей.

В) Найдите все трехзначные нечетные натуральные числа, у которых ровно 10 делителей.