А. Ларин: Тренировочный вариант № 90. (Часть 2)

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\dfrac{2\cos^2 x-\cos x-1}{\sqrt{\operatorname{ctg} x}}=0.$

б) Укажите корни этого уравнения принадлежащие отрезку $[-3,5\pi;-2\pi]$.

2. В основании прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ лежит квадрат $ABCD$ со стороной, равной 3. Боковое ребро параллелепипеда равно 4. На ребре AA_1 отмечена точка M так, что $AM : A_1M = 1 : 3$.

а) Постройте сечение параллелепипеда плоскостью BMD_1.

б) Найдите площадь полученного сечения.

3. Решите неравенство $\log_{2-5x}3+\dfrac{1}{\log_2(2-5x)}\leqslant\dfrac{1}{\log_6(6x^2-6x+1)}.$

4. В треугольнике ABC точка O — центр описанной окружности, точка R лежит на отрезке BC и $BR = RC$. Описанная около треугольника BRO окружность пересекает AB в точке T.

а) Докажите, что $TR \parallel AC$.

б) Найдите площадь треугольника ABC, если известно, что угол BOR равен 30°, $RT = 8$, $BT = 6$.

5. Транснациональная компания Amako Inc. решила провести недружественное поглощение компании First Aluminum Company (FAC) путем скупки акций миноритарных акционеров. Известно, что Amako было сделано три предложения владельцам акций FAC, при этом цена покупки одной акции каждый раз повышалась на 1/3. В результате второго предложения Amako сумела увеличить число выкупленных акций на 20% (после второй скупки общее число выкупленных акций увеличилось на 20%), а в результате скупки по третьей цене — еще на 20%. Найдите цену за одну акцию при третьем предложении и общее количество скупленных акций, если начальное предложение составляло \$27 за одну акцию, а по второй цене Amako скупила 15 тысяч акций.

6. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение $\left|9^{\sqrt{x}}-2(a+5)\cdot 3^{\sqrt{x}}+9a+19\right|=2a^2+a+2$ имеет ровно три различных корня.

7. На листе бумаги в строчку записаны 11 единиц.

а) Докажите, что между этими единицами можно расставить знаки сложения, умножения и скобки так, что после выполнения действий получится число, делящееся на 54.

б) Докажите, что если единицы, стоящие на четных местах, заменить на семерки, все равно между числами полученного набора можно расставить знаки сложения, умножения и скобки так, что после выполнения действий получится число, делящееся на 54.

в) Докажите, что между любыми 11 натуральными числами можно расставить знаки сложения, умножения и скобки так, что после выполнения действий получится число, делящееся на 54.