

А. Ларин. Тренировочный вариант № 454.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $2|\sin x| + \log_{\lg x} \left(-\frac{|\cos x|}{\sin x} \right) = 0$.

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; \frac{3\pi}{2} \right]$.

2. В основании четырехугольной пирамиды $SABCD$ лежит четырехугольник $ABCD$, в котором $AB = BC = \sqrt{5}$, $AD = DC = \sqrt{2}$, $AC = 2$, а ребро SD перпендикулярно плоскости основания пирамиды. Известно, что $SA + SB = 2 + \sqrt{5}$.

- а) Найдите объем пирамиды.
- б) Найдите радиус шара, касающегося граней $ABCD$, SAB , SBC и ребра SD .

3. Решите неравенство: $5^{\log_2 x} \cdot \log_2 x + 5^{\log_2 x} \cdot \log_2 2 \leq 10$.

4. Фёдор отложил 15 января 2023 года определённую сумму денег и планирует откладывать такую же сумму денег 15 июля и 15 января каждого года для того, чтобы через некоторое время купить пакет акций. Первого января 2023 года пакет акций стоил 132 000 рублей. Первого января и первого июля каждого года пакет акций дорожает на 30%. Какую наименьшую сумму нужно Фёдору откладывать каждые полгода, чтобы через некоторое время купить желаемый пакет акций?

5. В треугольник ABC вписана окружность с центром в точке O , которая касается стороны AB в точке K . Окружность в точке O_1 касается стороны AB в точке L , а также продолжений сторон AC и BC .

- а) Докажите, что около четырёхугольника $AOBO_1$ можно описать окружность.
- б) Найдите площади четырёхугольников $AOBO_1$ и $KOLO_1$, если известно, что $AB = 8$, $AC = 6$, $BC = 10$.

6. Найдите все значения параметра b , при каждом из которых найдется такое число a , что система

$$\begin{cases} y = -b - x^2, \\ x^2 + y^2 + 8a^2 = 4 + 4a \cdot (x + y) \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение $(x; y)$.

7. Все 36 учеников 11-го класса два раза писали тест, который может быть оценён в любое целое количество баллов от 0 до 100 включительно. Нецелое число баллов за тест никто получить не может. В результате каждого из двух тестирований средний балл всего класса, средний балл всех учеников, получивших менее 39 баллов, и средний балл всех учеников, получивших не менее 39 баллов, оказались целыми числами. При первом тестировании ровно трое учеников получили за тест менее 39 баллов каждый.

- а) Найдите максимально возможный средний балл M всего класса по итогам первого тестирования. Какой при этом средний балл трёх учеников, показавших худшие результаты?
- б) Найдите минимально возможный средний балл всего класса по итогам тестирования. Какой при этом средний балл трёх учеников, показавших худшие результаты?
- в) По итогам второго тестирования средний балл всего класса оказался равен $M + 1$. Найдите при этом условии количество N учеников, набравших не менее 39 баллов. Какой при этом средний балл у этих N учеников?