

А. Ларин. Тренировочный вариант № 453.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $3 \cos 4x + 2 \cos 2x(10 \cos^4 x + 3 \cos^2 x + \sin^2 x) + 3 = 0$.

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие промежутку $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$.

2. Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$ (точка S — вершина, BD — диагональ основания) образует с основанием угол 60° , сторона основания равна $4,8$. Через среднюю линию треугольника ABD , не пересекающую BD и точку на высоте пирамиды, отстоящей от основания на $\frac{1}{6}$ всей высоты пирамиды, проведена плоскость α .

а) Докажите, что плоскость α перпендикулярна ребру SC .

б) Найдите объем пирамиды $SKLM$, где K , L и M — точки пересечения α соответственно с ребрами SB , SD и SC .

3. Решите неравенство: $\log_{|x|} \frac{|x+3| - |x|}{2-x} > 1$.

4. В июле 2024 года планируется взять в кредит целое число N млн руб. сроком на 3 года. Условия возврата кредита таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

— в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

Месяц и год	Июль 2024	Июль 2025	Июль 2026	Июль 2027
Долг (млн руб.)	N	$0,6N$	$0,4N$	0

Найдите наименьшее значение N , при котором каждая из выплат будет составлять целое число миллионов рублей.

5. Радиусы двух окружностей с центрами O_1 и O_2 , касающихся внешним образом в точке A , равны 6 и 3 соответственно. Их общая секущая, проведенная через точку A , пересекает первую окружность в точке B , вторую — в точке C .

а) Докажите, что $AB : BC = AO_1 : O_1 O_2$.

б) Найдите длину отрезка касательной, проведенной из точки B ко второй окружности, если $AB = 4$.

6. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$\sqrt{|x^2 + 6x + 6| + 1} \cdot \lg^{-1}(6a - a^2 - 4) = \sqrt{6a - a^2 - 4} \cdot \lg^{-1}(|x^2 + 6x + 6| + 1)$$

имеет не менее трех корней.

7. По кругу стоят несколько детей, среди которых есть хотя бы два мальчика и хотя бы две девочки. У каждого из детей есть натуральное число конфет, причем у любых двух мальчиков одинаковое число конфет, а у любых двух девочек — разное. По команде каждый из детей отдает соседу справа четверть своих конфет, при этом каждый из детей отдает натуральное число конфет. После этого у любых двух девочек становится равное число конфет, а у любых двух мальчиков — разное.

- а) Может ли число детей быть равным пяти?
- б) Какое наименьшее число детей может стоять в круге, если суммарно у них 1020 конфет?
- в) Какое наибольшее число детей может стоять в круге, если суммарно у них 1020 конфет?