А. Ларин. Тренировочный вариант № 447.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\log_{\cos x}(3\sin^4 x+\cos 4x+2)=4+\log_{\cos x}3$.
б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие промежутку $[-3\pi;\,2\pi]$.

2. В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ ребра $DD_1=24$, $AD=8$ и $AB=7,5$. На ребрах AA_1 и CD отмечены точки P и K соответственно, причем $DK=5$, $A_1P=6$. Плоскость BKP пересекает ребро DD_1 в точке M.
а) Докажите, что точка M является серединой ребра DD_1.
б) Найдите расстояние от точки D до плоскости BKP.

3. Решите неравенство:

$$\frac{\log_{4-x}(x+5)\cdot\log_{x+1}(\log_2 10-x)}{\sin x\cdot\log_x(2x)}\leqslant 0.$$

4. Казимир Рудольфович решил вложить некоторую сумму денег в акции, которые можно продать по цене $40p$ тыс. руб. в конце каждого года ($p = 1, 2, 3, ...$). Через несколько лет Казимир Рудольфович хочет продать свои акции и положить вырученные деньги в банк под 7% годовых (начисление процентов происходит в начале следующего года). В каком году Казимиру Рудольфовичу следует продать свои акции, чтобы через 18 лет у него была максимальная сумма?

5. Отрезок AA_1 — высота остроугольного треугольника ABC, H — точка пересечения его высот, M — середина стороны BC.
а) Докажите, что $AH\cdot AA_1=AM^2-BM^2$.
б) Найдите длину отрезка AH, если $AB=15$, $AC=13$ и $AM=2\sqrt{37}$.

6. Найдите все ненулевые значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases}|a|^y-\dfrac{5(y+5)}{a^4}=\dfrac{x^2-8x}{4a^4}\\ \sqrt{2x+y}=0,5x\end{cases}$$

имеет ровно три решения.

7. В нескольких одинаковых бочках налито некоторое количество литров воды (необязательно одинаковое). За один раз можно перелить любое количество воды из одной бочки в другую.
а) Пусть есть четыре бочки, в которых 29, 32, 40, 91 литров. Можно ли не более чем за четыре переливания уравнять количество воды в бочках?
б) Пусть есть семь бочек. Всегда ли можно уравнять количество воды во всех бочках не более чем за пять переливаний?
в) За какое наименьшее количество переливаний можно заведомо уравнять количество воды в 26 бочках?