

А. Ларин. Тренировочный вариант № 446.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $750^{\cos 3x} + 6 \cdot 125^{\frac{1}{3} + \cos 3x} = 5^{5 \cos 3x} + 30^{1 + \cos 3x}$.

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{4}; -\frac{3\pi}{4}\right]$.

2. В правильную треугольную пирамиду с боковым ребром 4 и стороной основания $2\sqrt{3}$ вписан шар. Плоскость α перпендикулярна высоте пирамиды и проходит через её середину.

- а) Докажите, что плоскость α и шар не имеют общих точек.
- б) Найдите расстояние от центра шара до плоскости α .

3. Решите неравенство: $9x^2 - 3x + (x^2 + 4x) \cdot \log_3 x \geq 12 + x^3 \cdot \log_3 x^3$.

4. В начале года у Ивана есть 90 тысяч рублей, которые он может положить целиком либо на банковский, либо на инвестиционный счёт. Сумма на инвестиционном счёте на конец любого года вычисляется по формуле $S = 1,1 \cdot S_0 - 2000$, где S_0 — сумма на инвестиционном счёте на начало года в рублях. На банковском счёте сумма увеличивается за год на 8%. В начале любого года Иван может переложить всю сумму с одного счёта на другой. Какая наибольшая сумма может быть у Ивана через четыре года? Ответ дайте в рублях.

5. Окружность, вписанная в трапецию $ABCD$, касается ее боковых сторон AB и CD в точках M и N соответственно. Известно, что $AM = 6MB$ и $2DN = 3CN$.

- а) Докажите, что $AD = 3BC$.
- б) Найдите длину отрезка MN , если радиус окружности равен $\sqrt{105}$.

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство

$$\frac{x^2 + 2x + 3 - a}{\cos \pi x + a} \leq 0$$

не выполняется ни при каких действительных значениях x .

7. Три двузначных натуральных числа x_1, x_2, x_3 образуют арифметическую прогрессию. При этом если в каждом из них поменять местами цифры десятков и единиц, то получатся числа y_1, y_2, y_3 , которые также образуют арифметическую прогрессию.

- а) Приведите пример такой прогрессии.
- б) Чему равна наибольшая разность такой прогрессии?
- в) Сколько существует таких прогрессий?