А. Ларин. Тренировочный вариант № 442.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{2}\right)-\sin(3x-\pi)=\sin x.$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\dfrac{5\pi}{6};\ \dfrac{\pi}{3}\right].$

2. В правильной четырехугольной пирамиде *SABCD* с вершиной *S* точки *M* и *N* середины ребер *SC* и *AD* соответственно. Плоскость α проходит через прямую *BM* параллельно *SN*.

а) Докажите, что плоскость α делит ребро *CD* в отношении 1 : 2.

б) Найдите расстояние от прямой *SN* до плоскости α, если сторона основания пирамиды равна 6, а боковое ребро равно 12.

3. Решите неравенство:

$$(x-3)\times$$
$$\times\left(\frac{1}{\log_{4-x}5}+\log_6(x^2+3x-4)+1+\log_{0,2}(20-5x)+x\right)+$$
$$+x\geqslant x^2-6.$$

4. Пенсионный фонд владеет ценными бумагами, которые стоят t^2 тыс. рублей в конце года t ($t = 1; 2; ...$). В конце любого года пенсионный фонд может продать ценные бумаги и положить деньги на счёт в банке, при этом в конце каждого следующего года сумма на счёте будет увеличиваться на 25%. В конце какого года пенсионному фонду следует продать ценные бумаги, чтобы в конце двадцатого года сумма на его счёте была наибольшей?

5. В остроугольном треугольнике *ABC* $AB>AC$, угол *A* равен 60°. Точка *D* — точка пересечения биссектрис, точка *H* — точка пересечения высот.

а) Докажите, что точки *B*, *C*, *H* и *D* лежат на одной окружности.

б) Найдите угол *ABC*, если $\angle AHD=51^\circ$.

6. Найдите все значения параметра *a*, при каждом из которых уравнение

$$\left(\sqrt{1+a^2}\right)^{-\left(\frac{x-5}{x-2}\right)^2}=\frac{1}{4a}$$

имеет ровно два различных корня, больших чем 3.

7. Трое друзей Саша, Петя и Паша играли в шахматы.

а) Могло ли быть, что по итогам турнира каждый из них сыграл по 15 партий?

б) Могли ли количества партий, сыгранные игроками, образовывать геометрическую прогрессию?

в) В турнире было сыграно 23 партии. Могли ли количества партий, сыгранных игроками, образовывать арифметическую прогрессию?

г) Количество партий, сыгранных Сашей, Петей и Пашей, в указанном порядке образует арифметическую прогрессию. Всего в турнире сыграно 30 партий. Сколько партий Саша сыграл с Пашей?