

А. Ларин. Тренировочный вариант № 435.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение:
$$\frac{\sin 2x}{\operatorname{tg} x} = \frac{\sqrt{2} \sin^4 \frac{x}{2} - \sqrt{2} \cos^4 \frac{x}{2}}{\operatorname{tg} x}.$$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

2. Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C . Прямые CA_1 и AB_1 перпендикулярны.

а) Докажите, что $AA_1 = AC$.

б) Найдите расстояние между прямыми CA_1 и AB_1 , если $AC = 8$ и $BC = 4$.

3. Решите неравенство: $4 \log_2 x + \log_2 \frac{x^2}{8x-8} \leq 4 - \log_2(x-1) - \log_2^2 x.$

4. Банк предлагает два типа вкладов — «Удачный» и «Прибыльный». По вкладу «Удачный» предоставляется 5% годовых; по вкладу «Прибыльный» — 2% за первый год и $p\%$, начиная со второго года. Проценты по обоим вкладам начисляются в конце года и прибавляются к текущей сумме вклада. При каком наименьшем целом значении p трехлетний вклад «Прибыльный» окажется выгоднее трехлетнего вклада «Удачный» при условии, что первоначально вклады были равны?

5. Две окружности с центрами O_1 и O_2 соответственно касаются внешним образом. Из точки O_1 проведена касательная O_1K ко второй окружности (K — точка касания), а из точки O_2 проведена касательная O_2L к первой окружности (L — точка касания), точки K и L лежат по разные стороны от прямой O_1O_2 .

а) Докажите, что $\angle O_1KL = \angle O_1O_2L$.

б) Найдите радиус меньшей окружности, если дополнительно известно, что он в 4 раза меньше радиуса большей окружности, а площадь четырехугольника O_1KO_2L равна $54 + 9\sqrt{6}$.

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$a^2x^2 + 2a(\sqrt{2}-1)x + \sqrt{x-2} = 2\sqrt{2}-3$$

имеет хотя бы одно решение.

7. Существуют ли такие восемьсот различных натуральных чисел, что их среднее арифметическое больше их наибольшего общего делителя:

а) ровно в 500 раз?

б) ровно в 400 раз?

в) Найдите наименьшее возможное натуральное число, равное отношению среднего арифметического этих чисел к их наибольшему общему делителю.