

А. Ларин. Тренировочный вариант № 434.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение: $\frac{(\operatorname{tg} x + \sqrt{3}) \cdot \log_{13} (2 \sin^2 x)}{\log_{31} (\sqrt{2} \cos x)} = 0$.

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; 0\right]$.

2. В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ с вершиной S точка M середина SC , точка N делит ребро SB в отношении $3 : 2$, считая от вершины S .

а) Докажите, что точки A , E , M и N лежат в одной плоскости.

б) Найдите расстояние от точки S до этой плоскости, если $AB = 2$, а высота пирамиды равна $2\sqrt{3}$.

3. Решите неравенство: $\frac{(x^2 + x + 1)^2 - 2|x^3 + x^2 + x| - 3x^2}{10x^2 - 17x - 6} \geq 0$.

4. В июле 2025 года планируется взять кредит на десять лет в размере 1500 тысяч рублей. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг будет возрастать на 10% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;

— в июле 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

— в июле 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

— к июлю 2035 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 2300 тысяч рублей. Сколько рублей составит долг в июле 2030 года?

5. На сторонах AB и AC треугольника ABC отмечены точки D и E соответственно так, что $BD + CE = BC$, точка I — центр вписанной окружности треугольника ABC .

а) Докажите, что точки A , E , I и D лежат на одной окружности.

б) Точка D' симметрична точке D относительно прямой AI . Найдите радиус описанной окружности треугольника EDD' , если $D'E = 2$, а радиус вписанной окружности треугольника ABC равен $\frac{9}{2}$.

6. Найдите наибольшее значение параметра a , при котором уравнение

$$ax^2 = |2x - 1|\sqrt{2x - 1} + |x - 1|\sqrt{4x - 1}$$

имеет хотя бы один корень, и укажите корни этого уравнения для такого значения a .

7. В классе больше 10, но не больше 26 учащихся, а доля девочек не превышает 46%.

а) Может ли в этом классе быть 9 девочек?

б) Может ли доля девочек составить 55%, если в этот класс придёт новая девочка?

в) В этот класс пришла новая девочка. Доля девочек в классе составила целое число процентов. Какое наибольшее число процентов может составить доля девочек в классе?