

### А. Ларин. Тренировочный вариант № 433.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение  $\sin 2x = 2 \sin^2 \left( x - \frac{3\pi}{2} \right)$ .

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[ -2\pi; -\frac{\pi}{2} \right]$ .

2. В тетраэдре  $ABCD$  противоположные ребра попарно равны. Точки  $M$ ,  $N$  и  $K$  — середины боковых ребер  $BD$ ,  $AC$  и  $DC$  соответственно. Через точку  $K$  проведена секущая плоскость  $\alpha$ , параллельная ребрам  $BD$  и  $AC$ .

а) Докажите, что прямая  $MN$  перпендикулярна секущей плоскости.

б) Найдите расстояние от точки  $M$  до плоскости  $\alpha$ , если  $AC = BD = 14$ ,  $BC = AD = 13$  и  $AB = CD = 15$ .

3. Решите неравенство:  $\frac{3}{x^2 - 6|x| + 9} - \frac{4}{|x| - 3} + 1 \geq 0$ .

4. Клиент открыл в банке депозитный вклад сроком на 1 год под  $p_1$  процентов годовых. По окончании срока действия вклада и начисления процентов он добавил к выданной сумме денег дополнительно сумму, составляющую 3% от внесенной год назад при открытии вклада, и переоформил вклад еще на год под  $p_2$  процентов годовых. Известно, что  $p_1 + p_2 = 25$ . При каком значении  $p_2$  через год при закрытии вклада и начислении процентов клиент получит максимальную сумму денег?

5. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  острый, угол  $B$  равен  $45^\circ$  и  $AH$  — высота. Прямая  $AH$  пересекает описанную около треугольника окружность в точке  $D$ .

а) Докажите, что прямые  $AB$  и  $CD$  параллельны.

б) Найдите  $AC$ , если  $CB = 8$  и площадь треугольника  $CAD$  равна 12.

6. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (4 - y - \sqrt{8x - x^2 - 7})(y^2 - 5y + 4) = 0, \\ y - x = a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

7. Пусть  $n$  — трехзначное число, записанное в виде  $n = 100a + 10b + c$ , где  $a, b, c$  — цифры и  $a \neq 0$ ,  $f(n) = a^2 + b^2 + c^2$  — сумма квадратов цифр этого числа, а  $g(n) = ab + bc + ac$  — сумма всех попарных произведений его цифр.

а) Существует ли такое  $n$ , что  $\frac{g(n)}{f(n)} = \frac{1}{2}$ ?

б) Существует ли такое  $n$ , что  $\frac{g(n)}{f(n)} = \frac{3}{2}$ ?

в) Найдите наибольшее возможное значение отношения  $\frac{g(n)}{f(n)}$ .