

А. Ларин. Тренировочный вариант № 433.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\sin 2x = 2 \sin^2 \left(x - \frac{3\pi}{2} \right)$.

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2} \right]$.

2. В тетраэдре $ABCD$ противоположные ребра попарно равны. Точки M, N и K — середины боковых ребер BD, AC и DC соответственно. Через точку K проведена секущая плоскость α , параллельная ребрам BD и AC .

а) Докажите, что прямая MN перпендикулярна секущей плоскости.

б) Найдите расстояние от точки M до плоскости α , если $AC = BD = 14$, $BC = AD = 13$ и $AB = CD = 15$.

3. Решите неравенство: $\frac{3}{x^2 - 6|x| + 9} - \frac{4}{|x| - 3} + 1 \geqslant 0$.

4. Клиент открыл в банке депозитный вклад сроком на 1 год под p_1 процентов годовых. По окончании срока действия вклада и начисления процентов он добавил к выданной сумме денег дополнительно сумму, составляющую 3% от внесенной год назад при открытии вклада, и переоформил вклад еще на год под p_2 процентов годовых. Известно, что $p_1 + p_2 = 25$. При каком значении p_2 через год при закрытии вклада и начислении процентов клиент получит максимальную сумму денег?

5. В треугольнике ABC угол C острый, угол B равен 45° и AH — высота. Прямая AH пересекает описанную около треугольника окружность в точке D .

а) Докажите, что прямые AB и CD параллельны.

б) Найдите AC , если $CB = 8$ и площадь треугольника CAD равна 12.

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (4 - y - \sqrt{8x - x^2 - 7})(y^2 - 5y + 4) = 0, \\ y - x = a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

7. Пусть n — трехзначное число, записанное в виде $n = 100a + 10b + c$, где a, b, c — цифры и $a \neq 0$, $f(n) = a^2 + b^2 + c^2$ — сумма квадратов цифр этого числа, а $g(n) = ab + bc + ac$ — сумма всех попарных произведений его цифр.

- а) Существует ли такое n , что $\frac{g(n)}{f(n)} = \frac{1}{2}$?
- б) Существует ли такое n , что $\frac{g(n)}{f(n)} = \frac{3}{2}$?
- в) Найдите наибольшее возможное значение отношения $\frac{g(n)}{f(n)}$.