

ЕГЭ по математике 26.06.2023. Основная волна, резервный день. Санкт-Петербург. Вариант 508 (часть 2)

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\sin 2x = 2 \sin x + \sin \left(x + \frac{3\pi}{2}\right) + 1$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

2. В основании четырехугольной пирамиды $SABCD$ лежит квадрат $ABCD$. Плоскость α пересекает ребра SA , SB , SC и SD в точках L , K , N и M соответственно, причем $SK : KB = 2 : 1$, а точки L и M — середины ребер SA и SD .

- а) Докажите, что четырехугольник $KLMN$ является трапецией, длины оснований которой относятся как $3 : 4$.
 б) Найдите высоту пирамиды, если угол между плоскостями ABC и α равен 45° , площадь сечения пирамиды плоскостью α равна $14\sqrt{3}$, а площадь основания пирамиды равна 54.

3. Решите неравенство: $\frac{\log_5(25x)}{\log_5 x - 2} + \frac{\log_5 x - 2}{\log_5(25x)} \geq \frac{6 - \log_5 x^4}{\log_5^2 x - 4}$.

4. В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на четыре года в размере S млн рублей, где S — целое число. Условия его возврата таковы:
 — каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
 — с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
 — в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

Месяц и год	Июль 2026	Июль 2027	Июль 2028	Июль 2029	Июль 2030
Долг (в млн руб.)	S	$0,7S$	$0,4S$	$0,2S$	0

Найдите наименьшее значение S , при котором общая сумма выплат будет больше 10 млн рублей.

5. На сторонах AB и AC треугольника ABC отмечены точки C_1 и B_1 соответственно. Оказалось, что $BC_1 = CB_1 = BC$.

- а) Докажите, что точки B , C и середины отрезков BB_1 и CC_1 лежат на одной окружности.
 б) Найдите косинус угла между прямыми BB_1 и CC_1 , если $BC = 5$, $AB = 12$, $AC = 13$.

6. Найдите все такие значения параметра a , при каждом из которых уравнение $(4x - x^2)^2 - 32\sqrt{4x - x^2} = a^2 - 14a$ имеет хотя бы одно решение.

7. Есть контейнеры массой 7 тонн и массой 2 тонны и корабли грузоподъемностью 10 тонн.
- а) Можно ли увезти за один раз 11 контейнеров массой 7 тонн и 22 контейнера массой 2 тонны на 14 кораблях?
- б) Можно ли увезти за один раз 11 контейнеров массой 7 тонн и 17 контейнеров массой 2 тонны на 12 кораблях?
- в) На каком наименьшем количестве кораблей можно увезти за один раз 11 контейнеров массой 7 тонн и 77 контейнеров массой 2 тонны?