А. Ларин: Тренировочный вариант № 2.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Дано уравнение $\sqrt{2\sin 4x\cdot\left(2\cos 3x\cdot\cos\left(\frac{3\pi}{2}+3x\right)\right)+4}=2.$

а) Решите уравнение.

б) Найдите все корни на промежутке $\left[-\frac{3\pi}{2};\frac{\pi}{3}\right]$.

2. Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, стороны основания которой равны a. Найдите угол между прямыми A_1B и AC_1, если сумма длин всех сторон обоих оснований равна AA_1.

3. Решите систему неравенств

$$\begin{cases}\dfrac{3^x-9}{10\cdot 3^{x+1}-3^4-3^{2x}}<0,\\ \left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^{2x}+5+2\sqrt{6}\leqslant\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^{x}\cdot\left(\sqrt{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^{3}}+\sqrt{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\right).\end{cases}$$

4. Дан треугольник ABC, где $BA = 5$, $BC = 8$. В треугольник вписана окружность, касающаяся стороны BC в точке P. Известно, что $BP = 3$. Найдите площадь треугольника BMP, где M — точка касания окружности со стороной треугольника ABC.

5. Найдите все значения a, при каждом из которых множество точек $(x; y)$, удовлетворяющих условию

$$\begin{cases}-2\leqslant x\leqslant 2,\\ \left[\begin{array}{l}y=-\sqrt{3}|x|+2\sqrt{3},\\ y=0.\end{array}\right.\end{cases}$$

будут иметь три общие точки с кривой, заданной уравнением

$$x^2+y^2-a^2=\frac{4}{3}(\sqrt{3}y-1).$$

6. В лицее № 4 оценки ставят в аттестат по успеваемости за 9 и 11 классы. Если оценки отличаются на 1 балл, то ставят в пользу ученика, если более, чем на 1 балл, то ставят среднее. Известно, что в 9 и 11 классах у Лены было 5 предметов, причём среднее арифметическое всех оценок в 9 класс равно 4,6, а среднее арифметическое всех оценок в 11 классе равно 4,8.

а) Могла ли Лена получить отличный аттестат?

б) Могла ли Лена закончить лицей с тройкой?

в) В спец. классе лицея n предметов. Если бы Лена там обучалась, и среднее арифметическое всех оценок за 9 класс оказалось равно 4,1, а за 11 класс — 4,9, то она стала бы отличницей. При каком наименьшем n это возможно?