А. Ларин: Тренировочный вариант № 1.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Дано уравнение $\dfrac{\sin x}{\cos^{-2} x}+1=\dfrac{1}{2}\cdot\left(\dfrac{5}{4}+3\left(1-\sin^2 x\right)+\dfrac{\sin x}{2}\right)$.

а) Решите уравнение.

б) Найдите корни на промежутке $\left[2\pi;\dfrac{13\pi}{3}\right]$.

2. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны, точка K — середина B_1C_1. Найдите угол между плоскостью ABC и плоскостью B_1KP, где P — середина AA_1.

3. Решите систему неравенств: $\begin{cases} 4\left(x^2+x\right)\leqslant 3\left|2x+1\right|-3, \\ (\sqrt{25-x}+2+\sin 2x)\cdot(25^x-5^{x+\log_5 2})\leqslant 0. \end{cases}$

4. Дан прямоугольный треугольник ABC, с катетами $AB = 5$ и $BC = 12$. Точка I — центр окружности, вписанной в треугольник ABC. Прямая, проходящая через точку I, параллельна одной из сторон треугольника ABC и пересекает две другие стороны в точках K и P. Найдите длину отрезка KP.

5. Найдите все значения a, при каждом из которых неравенство

$$\left|x-a^2\right|-\sqrt{x-\frac{1}{2}}\geqslant 0$$

выполняется при любом допустимом значении x.

6. Даны натуральные числа a, b и c такие, что $a>b>c$. Среднее арифметическое этих чисел делится на 13.

а) Найдите наименьшую сумму $a+b+c$ такую, что она является квадратом натурального числа.

б) Найдите наибольшее число c, если $a=32$, а сумма $a+b+c$ имеет наименьшее значение.

в) Найдите наименьшее число b, если числа c, b и a в указанном порядке составляют арифметическую прогрессию с разностью n.

г) Известно, что числа c, b и a в указанном порядке составляют возрастающую арифметическую прогрессию с разностью n. Найдите наименьшее n, при котором число c будет наименьшим, и все члены арифметической прогрессии будут являться квадратами натуральных чисел.