

А. Ларин: Тренировочный вариант № 65.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\sqrt{2 - 3 \cos 2x} = \sqrt{\sin x}$.

б) Найдите все корни на промежутке $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right]$.

2. В треугольной пирамиде длины двух непересекающихся рёбер равны 12 и 4, а остальные рёбра имеют длину 7. В пирамиду вписана сфера. Найти расстояние от центра сферы до ребра длины 12.

3. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \log_4(3^x - 1) \log_{\frac{1}{4}}\left(\frac{3^x - 1}{16}\right) \leq \frac{3}{4}, \\ \log_4(3 - 2x)^2 \geq \log_2(x^2 - 1). \end{cases}$$

4. Точка D делит сторону AC в отношении $AD : DC = 1 : 2$.

а) Докажите, что в треугольнике ABD найдётся медиана, равная одной из медиан треугольника DBC .

б) Найдите длину этой медианы в случае, если $AB = 7$, $BC = 8$, и $AC = 9$.

5. Найти все значения параметра a при каждом из которых число целочисленных решений неравенства

$$x^2 + 5(x + 1) + 3|x - a| + a \leq 0$$

максимально.

6. За круглым столом сидят 4 гнома. Перед каждым стоит кружка с молоком. Один из гномов переливает $\frac{1}{4}$ своего молока соседу справа. Затем сосед справа делает то же самое. Затем то же самое делает следующий сосед справа и наконец четвёртый гном $\frac{1}{4}$ оказавшегося у него молока наливает первому. Во всех кружках вместе молока 2 л.

Сколько молока было первоначально в кружках, если

а) в конце у всех гномов молока оказалось поровну?

б) в конце у всех гномов оказалось молока столько, сколько было в начале?