А. Ларин: Тренировочный вариант № 57.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $24\operatorname{tg}^2 x - 9\sin^2 x = 2$.

б) Найдите сумму корней этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left(\frac{3\pi}{4};\ \frac{9\pi}{4}\right)$.

2. У Северного полюса, на острове Шпицберген в чертогах Снежной королевы хранился небывалой красоты ледяной алмаз в форме тетраэдра $SABC$. В Новогоднюю ночь злой тролль похитил часть алмаза, и эта часть имеет форму тетраэдра $SAKM$. Его верные ученики и от оставшейся части взяли себе кусок и тоже в форме тетраэдра — $KABC$. Снежной королеве осталась часть алмаза, и она имеет форму тетраэдра $CAKM$. Какую часть первоначального алмаза оставили Снежной королеве тролль и ученики? В треугольнике ABC угол B равен 90°, $AB = 3$, $BC = 4$, AS перпендикулярно плоскости ABC, $AS = 4$, AK перпендикулярно SB, AM перпендикулярно SC.

3. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 16^{3-2x}\cdot 0{,}25 < \left(\dfrac{32}{\sqrt{2}}\right)^{4-2x}, \\ \log_2^2(x-6)^2 + \log_2\dfrac{(x-6)^4}{(x-4)^3} - 3\log_{\frac{1}{2}}(x-4) \leqslant 15. \end{cases}$$

4. Дан квадрат $ABCD$ со стороной 7. На сторонах BC и CD даны точки M и N такие, что периметр треугольника CMN равен 14.

а) Докажите, что B и D — точки касания вневписанной окружности треугольника CMN, а ее центр находится в вершине A квадрата $ABCD$.

б) Найдите угол MAN.

5. Найдите все значения x, удовлетворяющие неравенству $(a+2)x^3 - (1+2a)x^2 - 6x + (a^2+4a-5) > 0$ хотя бы при одном значении a, принадлежащем отрезку [-2; 1].

6. Даны N синих и N красных палочек, причем сумма длин синих палочек равна сумме длин красных. Известно, что из синих палочек можно сложить N-угольник, и из красных — тоже. Всегда ли можно выбрать одну синюю и одну красную палочки и перекрасить их (синюю — в красный цвет, а красную — в синий) так, что снова из синих палочек можно будет сложить N-угольник, и из красных — тоже?

Решите задачу

а) для $N = 3$;

б) для произвольного натурального $N > 3$.