

**А. Ларин: Тренировочный вариант № 51.**

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение  $8 \sin x \cdot \cos^3 x - 2 \sin 2x - 2 \cos^2 x + 1 = 0$ .

б) Найдите все корни на промежутке  $\left[-\frac{3\pi}{2}; -2\right]$ .

2. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  проведена секущая плоскость, содержащая диагональ  $AC_1$ , так, что сечение — ромб. Найдите площадь сечения, если  $AB = 3$ ,  $BC = 2$  и  $AA_1 = 5$ .

3. Решите систему неравенств: 
$$\begin{cases} \frac{x+1}{x^2+x+1} - 2 \leq \frac{4}{x-1}, \\ (x+2)\sqrt{x^2+7x+6} \geq 0. \end{cases}$$

4. В треугольнике  $KLM$  угол  $L$  тупой, а сторона  $KM$  равна 6. Центр  $O$  окружности, проходящей через вершины  $K$ ,  $M$  и точку пересечения высот треугольника  $KLM$  лежит на окружности, описанной около треугольника  $KLM$ .

а) Докажите, что угол  $KOM$  равен  $120^\circ$ .

б) Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $KLM$ .

5. Найдите все значения параметра  $a$  такие, что каждый корень уравнения

$$2x^4 - \frac{4}{3}a^3 = 7a^2 + 6a - 162 \sin |x|$$

является корнем данного уравнения только при одном значении параметра.

6. В строку подряд написано 1000 чисел. Под каждым числом  $a$  первой строки напишем число, указывающее, сколько раз число  $a$  встречается в первой строке. Из полученной таким образом второй строки аналогично получаем третью: под каждым числом второй строки пишем, сколько раз оно встречается во второй строке. Затем из третьей строки так же получаем четвертую, из четвертой — пятую и так далее.

а) Докажите, что некоторая строчка совпадает со следующей.

б) Докажите, что 11-я строка совпадает с 12-й.

в) Приведите пример такой первоначальной строчки, для которой 10-я строка не совпадает с 11-й.