

А. Ларин: Тренировочный вариант № 49.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $4^{\cos 2x} + 4^{\cos^2 x} = 3$.

б) Найдите все корни на промежутке $\left[\frac{3}{4}; 1\right]$.

2. В основании треугольной пирамиды $SABC$ лежит прямоугольный треугольник ABC . Середина D гипотенузы AB этого треугольника является основанием высоты SD данной пирамиды. Известно, что $SD = 2$, $AC = 4$, $BC = 3$. Через середину высоты SD проведено сечение пирамиды плоскостью, параллельной ребрам AC и SB . Найти площадь этого сечения.

3. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \frac{1}{x+6} + \frac{1}{x-2} \geq \frac{1}{x-3}, \\ (x-3) \cdot \sqrt{x^2+x-2} \geq 0. \end{cases}$$

4. В выпуклом четырехугольнике $KLMN$ точки A, B, C, D — середины сторон KL, LM, MN, NK соответственно. Известно, что $KL = 3$. Отрезки AC и BD пересекаются в точке O . Площади четырехугольников $KAOD, LAOB$ и $NDOC$ равны соответственно 6, 6 и 9.

а) Докажите, что площади четырехугольников $MCOB$ и $NDOC$ равны.

б) Найдите длину отрезка MN .

5. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$|1 - ax| = 1 + (1 - 2a)x + ax^2$$

имеет единственное решение.

6. n чисел ($n > 1$) называются близкими, если каждое из них меньше, чем сумма всех чисел, деленная на $n - 1$. Пусть a, b, c, \dots — n близких чисел, S — их сумма.

Докажите, что

а) все они положительны;

б) всегда $a + b > c$;

в) всегда $a + b > S/(n - 1)$.