

А. Ларин: Тренировочный вариант № 41.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + 4\sin x = 2 + \sqrt{2}(1 - \sin x)$.

б) Найдите все корни на промежутке $\left[-\frac{\pi}{2}; 4\right]$.

2. Плоскость, проведенная через центр шара, вписанного в конус, параллельна плоскости основания конуса, делит объем конуса пополам. Найти угол при вершине осевого сечения конуса.

3. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \frac{1}{x^2 - x} + 1 > \frac{1}{x} - \frac{1}{x - 1}, \\ (x^2 + 8x + 15)\sqrt{x + 4} \geq 0. \end{cases}$$

4. Через вершины A и B треугольника ABC проведена окружность, касающаяся прямой BC , а через вершины B и C — другая окружность, касающаяся прямой AB . Продолжение общей хорды BD этих окружностей пересекает отрезок AC в точке E , а продолжение хорды AD одной окружности пересекает другую окружность в точке F .

а) Доказать, что площади треугольников ABC и ABF равны.

б) Найти отношение $AE : EC$, если $AB = 5$ и $BC = 9$.

5. Найти все значения параметра a , при каждом из которых область значений функции $y = \frac{\sin x + 2(1 - a)}{a - \cos^2 x}$ содержит отрезок $[1; 2]$.

6. Два игрока ходят по очереди. Перед началом игры у них есть поровну горошин. Ход состоит в передаче сопернику любого числа горошин. Не разрешается передавать такое количество горошин, которое до этого уже кто-то в этой партии передавал. Ноль горошин тоже передавать нельзя. Тот, кто не может сделать очередной ход по правилам, считается проигравшим. Начинающий или его соперник победит в этой игре, как бы ни играл партнёр?

Рассмотрите случаи:

а) у каждого по две горошины;

б) у каждого по три горошины;

в) у каждого по N горошин.