

ЕГЭ по математике 27.03.2023. Досрочная волна. Санкт-Петербург

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\log_8(7\sqrt{3}\sin x - \cos 2x - 10) = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

2. На рёбрах AC , AD , BD и BC тетраэдра $ABCD$ отмечены точки K , L , M и N соответственно, причём $AK : KC = 2 : 3$. Четырёхугольник $KLMN$ квадрат.

а) Докажите, что $AB : CD = 2 : 3$.

б) Найдите объём пирамиды $CKMN$, если объём тетраэдра $ABCD$ равен 25.

3. Решите неравенство $2^x + \frac{2^{x+2}}{2^x - 4} + \frac{4^x + 7 \cdot 2^x + 20}{4^x - 3 \cdot 2^{x+2} + 32} \leq 1$.

4. В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей будет выплачено банку, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма выплат после полного погашения кредита на 104 800 рублей больше суммы, взятой в кредит?

5. Две окружности касаются внутренним образом в точке K , причём меньшая проходит через центр большей. Хорда MN большей окружности касается меньшей в точке C . Хорды KM и KN пересекают меньшую окружность в точках A и B соответственно, а отрезки KC и AB пересекаются в точке L .

а) Докажите, что $CN : CM = LB : LA$.

б) Найдите длину хорды MN , если $LB : LA = 3 : 7$, а радиус меньшей окружности равен $\sqrt{17}$.

6. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{5x-3} \cdot \ln(3x-a) = \sqrt{5x-3} \cdot \ln(4x+a)$$

имеет на отрезке $[0; 1]$ ровно один корень.

7. У Пети есть монеты номиналом 1, 2, 5 и 10 рублей. Каждого вида монет у него по 100 штук. Цена пирожного в рублях выражается целым числом. Петя хочет купить пирожное без сдачи, но до покупки не знает сколько оно стоит.

а) Может ли Петя выбрать дома 16 монет так, чтобы купить пирожное стоимостью не более 100 рублей?

б) Может ли Петя выбрать дома 5 монет так, чтобы купить пирожное стоимостью не более 25 рублей?

в) Какое наименьшее количество монет нужно взять Пете, если известно, что пирожное стоит не более 100 рублей?