

ЕГЭ по математике 19.04.2023. Досрочная волна, резервный день. Вариант 201

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $8^x - 5 \cdot 2^{x+1} + 16 \cdot 2^{-x} = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\log_5 2; \log_5 10]$.

2. В четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с основанием $ABCD$ длины всех боковых ребер равны длине ребра AD , а длина каждого из рёбер AB , BC и CD ровно в два раза меньше, чем длина ребра AD .

а) Докажите, что высота пирамиды проходит через середину ребра AD .

б) Найдите, в каком отношении плоскость BMN делит высоту пирамиды, считая от вершины S , если точка M — середина ребра SD , а точка N делит ребро SC в отношении $SN : NC = 3 : 1$.

3. Решите неравенство $\frac{45}{(\log_2^2 x + 6 \log_2 x)^2} + \frac{14}{\log_2^2 x + 6 \log_2 x} + 1 \geq 0$.

4. Пенсионный фонд владеет ценными бумагами, которые стоят t^2 тыс. рублей в конце года t ($t = 1; 2; \dots$). В конце любого года пенсионный фонд может продать ценные бумаги и положить деньги на счёт в банке, при этом в конце каждого следующего года сумма на счёте будет увеличиваться на 25%. В конце какого года пенсионному фонду следует продать ценные бумаги, чтобы в конце двадцатого года сумма на его счёте была наибольшей?

5. Окружность касается одной из сторон прямого угла с вершиной D в точке E и пересекает вторую сторону в точках A и B (точка A лежит между B и D). В окружности проведён диаметр AC .

а) Докажите, что отрезок BC вдвое больше отрезка DE .

б) Найдите расстояние от точки E до прямой AC , если $AD = 4$ и $AB = 5$.

6. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x-a} \cdot \sin x = \sqrt{x-a} \cdot \cos x$$

имеет на отрезке $[0; \pi]$ ровно один корень.

7. Трёхзначное натуральное число, в десятичной записи которого нет нулей, разделили на произведение его цифр.

а) Может ли получившееся частное быть равным 5?

б) Может ли получившееся частное быть равным 1?

в) Какое наименьшее значение может принимать это частное?