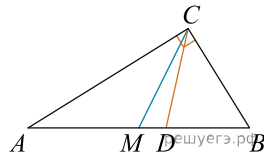


**ЕГЭ по математике 27.03.2023. Досрочная волна. Урал**

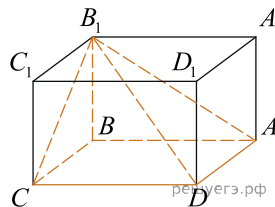
При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Острый угол  $B$  прямоугольного треугольника равен  $73^\circ$ . Найдите угол между биссектрисой  $CD$  и медианой  $CM$ , проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



2. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются вершины  $A, B, C, D, B_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , у которого  $AB = 3, BC = 7, BB_1 = 5$ .



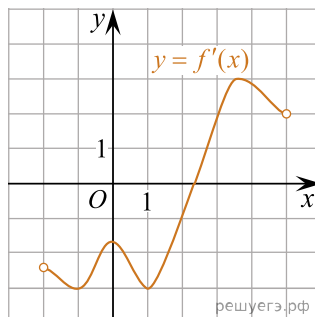
3. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что оба раза монетка упадет одной и той же стороной.

4. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,19. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

5. Найдите корень уравнения:  $\sqrt{4x + 32} = 8$ .

6. Найдите значение выражения  $3\sqrt{3}\cos^2\frac{11\pi}{12} - 3\sqrt{3}\sin^2\frac{11\pi}{12}$ .

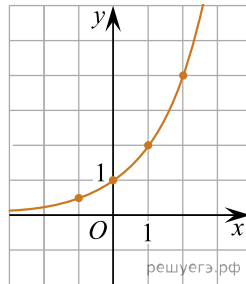
7. На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ . В какой точке отрезка  $[0; 2]$   $f(x)$  принимает наименьшее значение?



8. Водолазный колокол, содержащий  $\nu = 2$  моль воздуха при давлении  $p_1 = 2,4$  атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления  $p_2$ . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением  $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$ , где  $\alpha = 13,5$  — постоянная,  $T = 300$  К — температура воздуха. Найдите, какое давление  $p_2$  (в атм) будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в 16200 Дж.

9. Поля и Оля вспахивают грядку за 14 минут, а одна Оля — за 112 минут. За сколько минут пропалывает грядку одна Поля?

10. На рисунке изображен график функции вида  $f(x) = a^x$ . Найдите значение  $f(5)$ .



11. Найдите точку максимума функции  $y = x^3 - 12x + 23$ .

12. а) Решите уравнение  $\log_4(2^{2x} - \sqrt{3} \cos x - 6 \sin^2 x) = x$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$ .

13. Дан тетраэдр  $ABCD$ . На ребре  $AC$  выбрана точка  $K$  так, что  $AK : KC = 3 : 7$ . Также на ребрах  $AD$ ,  $BD$  и  $BC$  выбраны точки  $L$ ,  $M$  и  $N$  соответственно так, что  $KLMN$  — квадрат со стороной 3.

а) Докажите, что ребра  $AB$  и  $CD$  взаимно перпендикулярны.

б) Найдите расстояние от точки  $B$  до плоскости  $KLMN$ , если объем тетраэдра  $ABCD$  равен 100.

14. Решите неравенство 
$$\frac{27^{x+\frac{1}{3}} - 10 \cdot 9^x + 10 \cdot 3^x - 5}{9^{x+\frac{1}{2}} - 10 \cdot 3^x + 3} \leq 3^x + \frac{1}{3^x - 2} + \frac{1}{3^{x+1} - 1}.$$

15. В июле 2023 года планируется взять кредит на некоторую сумму. Условия возврата таковы:

— в январе каждого года долг увеличивается на 20% по сравнению с предыдущим годом;

— с февраля по июнь нужно выплатить часть долга одним платежом.

Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за четыре года), а общая сумма выплат равна 311 040 рублей?

16. Две окружности касаются внутренним образом в точке  $A$ , причём меньшая проходит через центр большей. Хорда  $BC$  большей окружности касается меньшей в точке  $P$ . Хорды  $AB$  и  $AC$  пересекают меньшую окружность в точках  $K$  и  $M$  соответственно.

а) Докажите, что прямые  $KM$  и  $BC$  параллельны.

б) Пусть  $L$  — точка пересечения отрезков  $KM$  и  $AP$ . Найдите  $AL$ , если радиус большей окружности равен 10, а  $BC = 16$ .

17. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{5x-3} \cdot \ln(x^2 - 6x + 10 - a^2) = 0$$

имеет ровно один корень на отрезке  $[0; 3]$ .

**18.** Егор делит линейку на части. За одно действие он может отрезать от любого количества линеек равные части, имеющие целую длину.

- а) Может ли Егор за 5 ходов разделить линейку длиной в 32 см на части по 1 см?
- б) Может ли Егор за 4 хода разделить линейку длиной в 50 см на части по 1 см?
- в) За какое наименьшее количество ходов Егор может разделить линейку длиной в 300 см на части по 1 см?