Задания 18 ЕГЭ–2023

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Дано натуральное число. На каждом ходе из него либо вычитают утроенную сумму цифр, либо прибавляют утроенную сумму цифр, так, что полученное число остается натуральным.

а) Могло ли из числа 65 получиться число 41?

б) Могло ли из числа 65 получиться число 43?

в) Какое наименьшее двузначное число можно получить из 65?

2. Дано натуральное число. К этому числу можно либо прибавить утроенную сумму его цифр, либо вычесть утроенную сумму его цифр. После прибавления или вычитания суммы цифр, число должно остаться натуральным.

а) Можно ли получить из числа 128 число 29?

б) Можно ли получить из числа 128 число 31?

в) Какое наименьшее число можно было получить из числа 128?

3. Егор делит линейку на части. За одно действие он может отрезать от любого количества линеек равные части, имеющие целую длину.

а) Может ли Егор за 4 хода разделить линейку длиной в 16 см на части по 1 см?

б) Может ли Егор за 5 ходов разделить линейку длиной в 100 см на части по 1 см?

в) За какое наименьшее количество ходов Егор может разделить линейку длиной в 300 см на части по 1 см?

4. Егор делит линейку на части. За одно действие он может отрезать от любого количества линеек равные части, имеющие целую длину.

а) Может ли Егор за 5 ходов разделить линейку длиной в 32 см на части по 1 см?

б) Может ли Егор за 4 хода разделить линейку длиной в 50 см на части по 1 см?

в) За какое наименьшее количество ходов Егор может разделить линейку длиной в 300 см на части по 1 см?

5. Деревянную линейку, длина которой выражается целым числом сантиметров, разрезают на куски. За один ход можно взять один или несколько кусков линейки, положить их друг на друга и разрезать каждый из них на две части, длины которых выражаются целым числом сантиметров.

а) Можно ли за четыре хода разрезать линейку длиной 16 см на куски длиной 1 см?

б) Можно ли за пять ходов разрезать линейку длиной 100 см на куски длиной 1 см?

в) Какое наименьшее число ходов нужно сделать, чтобы разрезать линейку длиной 200 см на куски длиной 1 см?

6. У Пети есть монеты номиналом 1, 2, 5 и 10 рублей. Каждого вида монет у него по 100 штук. Цена пирожного в рублях выражается целым числом. Петя хочет купить пирожное без сдачи, но до покупки не знает сколько оно стоит.

а) Может ли Петя выбрать дома 16 монет так, чтобы купить пирожное стоимостью не более 100 рублей?

б) Может ли Петя выбрать дома 5 монет так, чтобы купить пирожное стоимостью не более 25 рублей?

в) Какое наименьшее количество монет нужно взять Пете, если известно, что пирожное стоит не более 100 рублей?

7. Бесконечная геометрическая прогрессия $b_1, b_2, ..., b_n, ...$ состоит из различных натуральных чисел. Пусть $S_1 = b_1$ и $S_n = b_1 + b_2 + ... + b_n$ при всех натуральных $n \geqslant 2$.

а) Существует ли такая прогрессия, среди чисел S_1, S_2, S_3, S_4 которой ровно два числа делятся на 60?

б) Существует ли такая прогрессия, среди чисел S_1, S_2, S_3, S_4 которой ровно три числа делятся на 60?

в) Какое наибольшее количество чисел среди $S_1, S_2, ..., S_{12}$ может делиться на 60, если известно, что S_1 на 60 не делится?

8. Бесконечная геометрическая прогрессия $b_1, b_2, ..., b_n, ...$ состоит из различных натуральных чисел. Пусть $S_1 = b_1$ и $S_n = b_1 + b_2 + ... + b_n$ при всех натуральных $n \geqslant 2$.

а) Существует ли такая прогрессия, среди чисел S_1, S_2, S_3, S_4 которой ровно два числа делятся на 40?

б) Существует ли такая прогрессия, среди чисел S_1, S_2, S_3, S_4 которой ровно три числа делятся на 40?

в) Какое наибольшее количество чисел среди $S_1, S_2, ..., S_8$ может делиться на 40, если известно, что S_1 на 40 не делится?

9. Трёхзначное натуральное число, в десятичной записи которого нет нулей, разделили на произведение его цифр.

а) Может ли получившееся частное быть равным 5?

б) Может ли получившееся частное быть равным 1?

в) Какое наименьшее значение может принимать это частное?

10. На доске написано трёхзначное число A. Серёжа зачёркивает одну цифру и получает двузначное число B, затем Коля записывает число A и зачеркивает одну цифру (возможно ту же, что Серёжа) и получает число C.

а) Может ли быть верным уравнение $A = B \cdot C$, если $A > 140$.

б) Может ли быть верным уравнение $A = B \cdot C$, если $440 \leqslant A < 500$.

в) Найдите наибольшее число A до 900 для которого выполняется $A = B \cdot C$.

11. Есть трёхзначное число A, которое написал Петя. Костя и Ваня вычёркивают по одной цифре в числе, получаются двухзначные числа B и C, причём и Костя и Ваня могут вычеркнуть одинаковые цифры

а) Может ли быть верно равенство $A = B \cdot C$, если $A > 130$.

б) Может ли быть верно равенство $A = B \cdot C$, если $540 < A \leqslant 600$.

в) Какое максимальное A соответствует условию.

12. Даны числа A и B. Из них можно сделать числа $A + 2$ и $B - 1$ или $B + 2$ и $A - 1$, только если следующая пара этих чисел будет натуральной. Известно, что $A = 7$, $B = 11$.

а) Можно ли за 20 ходов создать пару, где одно из чисел равно 50?

б) За сколько ходов можно сделать пару, где сумма чисел будет равна 600?

в) Какое наибольшее число ходов можно сделать, чтобы оба числа не превышали 50?

13. Из пары натуральных чисел (a; b), где $a > b$, за один ход получают пару ($a + b$; $a - b$).

а) Можно ли за несколько таких ходов получить из пары (50; 9) пару, большее число в которой равно 200?

б) Можно ли за несколько таких ходов получить из пары (50; 9) пару (408; 370)?

в) Какое наименьшее a может быть в паре (a; b), из которой за несколько ходов можно получить пару (408; 370).

14. Дана правильная несократимая дробь $\frac{a}{b}$. За один ход можно увеличить числитель на знаменатель, а знаменатель на два числителя, т. е. получить несократимую дробь $\frac{a+b}{b+2a}$.

а) Можно ли из дроби $\frac{2}{3}$ получить дробь $\frac{29}{41}$.

б) Можно ли из некоторой дроби получить дробь $\frac{6}{7}$ за 2 хода.

в) Дробь $\frac{c}{d}$ больше $\frac{7}{10}$. Найдите минимальную дробь $\frac{c}{d}$, которую нельзя получить из другой правильной несокращаемой дроби за 2 хода.

15. В игре число $a = 4$ и число $b = 5$, за ход можно сделать $(a-1; b+2)$ или $(a+2; b-1)$. (новые числа a и b всегда положительные).

а) Можно ли получить число 200 за 100 ходов?

б) Сколько нужно сделать ходов, чтобы получить сумму равную 300.

в) Сколько нужно сделать ходов, чтобы получить максимальную сумму, при этом ни одно число не превышает 200.

16. Для чисел A и B, состоящих из одинакового количества цифр, вычислили S — сумму произведений соответствующих цифр. Например. для числа $A = 123$ и $B = 579$ получается сумма $S = 1 \cdot 5 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 9 = 46$.

а) Существуют ли трёхзначные числа A и B, для которых $S = 100$?

б) Существуют ли пятизначные числа A и B. для которых $S = 400$?

В) Верно ли, что любое натуральное число от 1 до 260 является суммой для некоторых четырёхзначных чисел A и B?

17. В классе больше 10, но не больше 26 учащихся, а доля девочек не превышает 21%.

а) Может ли в этом классе быть 5 девочек?

б) Может ли доля девочек составить 30%, если в этот класс придёт новая девочка?

в) В этот класс пришла новая девочка. Доля девочек в классе составила целое число процентов. Какое наибольшее число процентов может составить доля девочек в классе?

18. В классе больше 10, но не больше 26 учащихся, а доля девочек не превышает 36%.

а) Может ли в этом классе быть 7 девочек?

б) Может ли доля девочек составить 45%, если в этот класс придёт новая девочка?

в) В этот класс пришла новая девочка. Доля девочек в классе составила целое число процентов. Какое наибольшее число процентов может составить доля девочек в классе?

19. В классе больше 10, но не больше 26 учащихся, а доля девочек не превышает 46%.

а) Может ли в этом классе быть 9 девочек?

б) Может ли доля девочек составить 55%, если в этот класс придёт новая девочка?

в) В этот класс пришла новая девочка. Доля девочек в классе составила целое число процентов. Какое наибольшее число процентов может составить доля девочек в классе?

20. На столе лежит три карточки, на каждой из которых написана одна цифра. Ваня составил из написанных цифр трехзначное число A. Петя выбрал две из этих карточек, составил из написанных на них цифр двузначное число B и вернул карточки на место. Коля тоже выбрал две из этих трех карточек и составил из написанных на них цифр двузначное число C (возможно то же самое, что и Петя).

а) Может ли быть верным равенство $A = B + C$, если $A < 150$?

б) Может ли быть верным равенство $A = B + C$, если числа B и C делятся на 3?

в) Найдите наибольшее число A, для которого может быть верным равенство $A = B + C$.

21. На столе лежит три карточки, на каждой из которых написана одна цифра. Ваня составил из написанных цифр трехзначное число A. Петя выбрал две из этих карточек, составил из написанных на них цифр двузначное число B и вернул карточки на место. Коля тоже выбрал две из этих трех карточек и составил из написанных на них цифр двузначное число C (возможно то же самое, что и Петя).

а) Может ли быть верным равенство $A = B + C$, если $A > 150$?

б) Может ли быть верным равенство $A = B + C$, если числа B и C делятся на 9?

в) Найдите наименьшее число A, для которого может быть верным равенство $A = B + C$.

22. На овощебазу завезли капусту. Каждый из кочанов капусты весит 1, 2 или 3 килограмма.Фермер Иван поехал на овощебазу за капустой. Его сосед Фёдор попросил купить для него столько же капусты (по массе). На овощебазе Ивану составили набор кочанов капусты, суммарная масса которых составила N кг. Нужно разделить эти кочаны поровну (по массе) между Иваном и Федором так, чтобы не пришлось резать кочаны.

а) Существует ли набор кочанов суммарной массой $N = 20$, который невозможно разделить поровну?

б) Существует ли набор кочанов суммарной массой $N = 24$, который невозможно разделить поровну?

в) Найдите все значения N, для которых любой набор кочанов суммарной массы N можно разделить поровну.

23. Есть контейнеры массой 7 тонн и массой 2 тонны и корабли грузоподъемностью 10 тонн.

а) Можно ли увезти за один раз 11 контейнеров массой 7 тонн и 22 контейнера массой 2 тонны на 14 кораблях?

б) Можно ли увезти за один раз 11 контейнеров массой 7 тонн и 17 контейнеров массой 2 тонны на 12 кораблях?

в) На каком наименьшем количестве кораблей можно увезти за один раз 11 контейнеров массой 7 тонн и 77 контейнеров массой 2 тонны?

24. Есть контейнеры массой 7 тонн и массой 2 тонны и корабли грузоподъемностью 10 тонн.

а) Можно ли увезти за один раз 12 контейнеров массой 7 тонн и 24 контейнера массой 2 тонны на 15 кораблях?

б) Можно ли увезти за один раз 12 контейнеров массой 7 тонн и 18 контейнера массой 2 тонны на 13 кораблях?

в) На каком наименьшем количестве кораблей можно увезти за один раз 12 контейнеров массой 7 тонн и 45 контейнеров массой 2 тонны?

25. Квадратное уравнение $x^2 - px + q = 0$ с натуральными коэффициентами p и q имеет два натуральных корня.

а) Найдите все возможные значения p, если $q = 5$.

б) Могут ли одновременно выполняться неравенства $p < 10$ и $q > 30$?

в) Найдите наименьшее значение p при $q > 30$.

26. Квадратное уравнение $x^2 - px + q = 0$ с натуральными коэффициентами p и q имеет два натуральных корня.

а) Найдите все возможные значения p, если $q = 13$.

б) Могут ли одновременно выполняться неравенства $p < 8$ и $q > 20$?

в) Найдите наименьшее значение p при $q > 20$.

27. Квадратное уравнение $x^2 - px + q = 0$ с натуральными коэффициентами p и q имеет два натуральных корня.

а) Найдите все возможные значения p, если $q = 11$.

б) Могут ли одновременно выполняться неравенства $p > 100$ и $q < 20$?

в) Найдите наибольшее значение $(p + q)$ при $p < 20$ и $q < 20$.