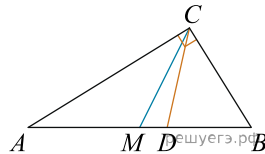


**ЕГЭ по математике 27.03.2023. Досрочная волна. Санкт-Петербург, Самара**

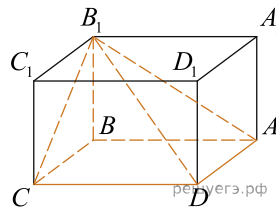
При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Острый угол  $B$  прямоугольного треугольника равен  $66^\circ$ . Найдите угол между биссектрисой  $CD$  и медианой  $CM$ , проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



2. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются вершины  $A, B, C, D, B_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , у которого  $AB = 9, BC = 3, BB_1 = 8$ .



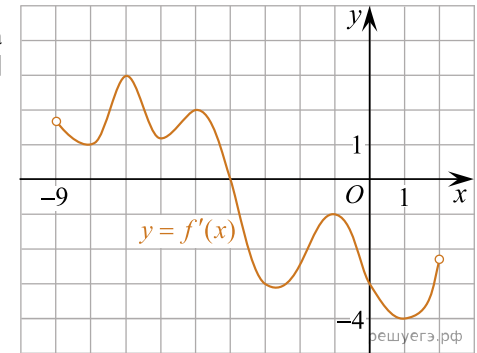
3. Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут честный жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Стартер» по очереди играет с командами «Протор», «Ротор» и «Мотор». Найдите вероятность того, что «Стартер» будет начинать только вторую и последнюю игры.

4. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,1. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,03. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

5. Найдите корень уравнения  $\sqrt{28 - 2x} = 2$ .

6. Найдите значение выражения  $\sqrt{48} \cos^2 \frac{19\pi}{12} - \sqrt{12}$ .

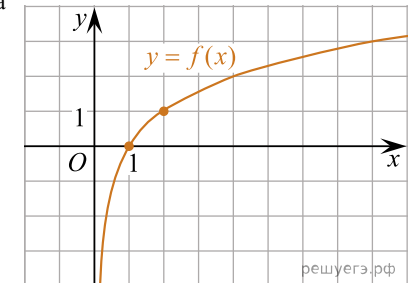
7. На рисунке изображен график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-9; 2)$ . В какой точке отрезка  $[-8; -4]$  функция  $f(x)$  принимает наибольшее значение?



8. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону  $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ , где  $m_0$  — начальная масса изотопа,  $t$  — время, прошедшее от начального момента,  $T$  — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа 96 мг. Период его полураспада составляет 3 мин. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 3 мг.

9. Первый садовый насос перекачивает 8 литров воды за 2 минуты, второй насос перекачивает тот же объём воды за 7 минут. Сколько минут эти два насоса должны работать совместно, чтобы перекачать 36 литров воды?

10. На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = \log_a x$ . Найдите значение  $f(16)$ .



11. Найдите точку максимума функции  $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 5$ .

12. а) Решите уравнение  $\log_{13}(\cos 2x - 9\sqrt{2} \cos x - 8) = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-2\pi; -\frac{\pi}{2}]$ .

13. Дан тетраэдр  $ABCD$ . Точки  $K, L, M$  и  $N$  лежат на ребрах  $AC, AD, DB$  и  $BC$  соответственно, так, что четырехугольник  $KLMN$  — квадрат, и  $AK : KC = 3 : 7$ .

- Докажите, что  $AB : CD = 3 : 7$ .
- Найдите объём пирамиды  $CKLMN$ , если объём тетраэдра  $ABCD$  равен 100.

14. Решите неравенство  $2^x + \frac{2^{x+2}}{2^x - 4} + \frac{4^x + 7 \cdot 2^x + 20}{4^x - 3 \cdot 2^{x+2} + 32} \leq 1$ .

15. В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей будет выплачено банку, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма выплат после полного погашения кредита на 104 800 рублей больше суммы, взятой в кредит?

16. Две окружности касаются внутренним образом в точке  $K$ , причём меньшая проходит через центр большей. Хорда  $MN$  большей окружности касается меньшей в точке  $C$ . Хорды  $KM$  и  $KN$  пересекают меньшую окружность в точках  $A$  и  $B$  соответственно, а отрезки  $KC$  и  $AB$  пересекаются в точке  $L$ .

- Докажите, что  $CN : CM = LB : LA$ .
- Найдите  $MN$ , если  $LB : LA = 2 : 3$ , а радиус малой окружности равен  $\sqrt{23}$ .

17. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{2x-1} \cdot \ln(4x-a) = \sqrt{2x-1} \cdot \ln(5x+a)$$

имеет ровно один корень на отрезке  $[0; 1]$ .

18. У Пети есть монеты номиналом 1, 2, 5 и 10 рублей. Каждого вида монет у него по 100 штук. Цена пирожного в рублях выражается целым числом. Петя хочет купить пирожное без сдачи, но до покупки не знает сколько оно стоит.

- Может ли Петя выбрать дома 16 монет так, чтобы купить пирожное стоимостью не более 100 рублей?
- Может ли Петя выбрать дома 5 монет так, чтобы купить пирожное стоимостью не более 25 рублей?
- Какое наименьшее количество монет нужно взять Пете, если известно, что пирожное стоит не более 100 рублей?