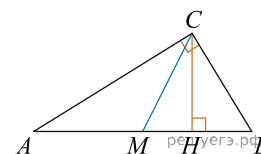


**ЕГЭ по математике 27.03.2023. Досрочная волна. Урал**

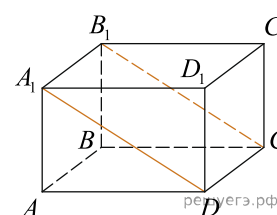
При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. В прямоугольном треугольнике из вершины прямого угла проведены высота  $CH$  и медиана  $CM$ , угол  $B$  равен  $71^\circ$ . Найдите угол  $MCH$ . Ответ дайте в градусах.



2. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известно, что  $AB = 9$ ,  $BC = 6$  и  $AA_1 = 5$ . Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки  $A, B, C, D, A_1$  и  $B_1$ .



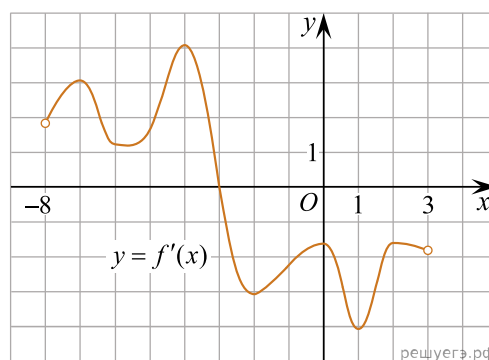
3. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что решка выпадет ровно один раз.

4. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,1. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,03. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

5. Найдите корень уравнения:  $\sqrt{63 - 9x} = 3$ .

6. Найдите значение выражения  $4\sqrt{3} \cos^2 \frac{23\pi}{12} - 2\sqrt{3}$ .

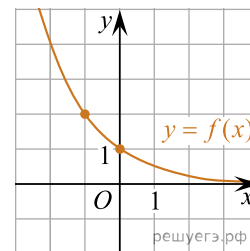
7. На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-8; 3)$ . В какой точке отрезка  $[-3; 2]$  функция  $f(x)$  принимает наибольшее значение?



8. Водолазный колокол, содержащий в начальный момент времени  $\nu = 4$  моля воздуха объемом  $V_1 = 14$  л, медленно опускают на дно водоема. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объема  $V_2$ . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением  $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{V_1}{V_2}$  (Дж), где  $\alpha = 11,6$  постоянная, а  $T = 300$  К — температура воздуха. Какой объем  $V_2$  (в литрах) станет занимать воздух, если при сжатии газа была совершена работа в 27 840 Дж?

9. Один мастер может выполнить заказ за 15 часов, а другой — за 10 часов. За сколько часов выполнят заказ оба мастера, работая вместе?

10. На рисунке изображен график функции вида  $f(x) = a^x$ . Найдите значение  $f(4)$ .



11. Найдите наименьшее значение функции  $y = x^3 - 6x^2 + 19$  на отрезке  $[1; 4]$ .

12. а) Решите уравнение:  $\log_3(\sqrt{2} \cos(\frac{\pi}{2} - x) + \sin 2x + 81) = 4$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[\pi; \frac{5\pi}{2}]$ .

13. Дан тетраэдр  $ABCD$ , на ребрах  $AC$ ,  $AD$ ,  $BD$ ,  $BC$  отмечены точки  $K$ ,  $L$ ,  $M$ ,  $N$  соответственно так, что  $AK : KC = 3 : 7$ , а  $KLMN$  — квадрат со стороной 3.

а) Докажите, что  $BM : MD = 3 : 7$ .

б) Найдите расстояние от точки  $C$  до  $KLM$ , если известно, что объем тетраэдра  $ABCD$  равен 50.

14. Решите неравенство  $\frac{9^x - 3^{x+1} - 19}{3^x - 6} + \frac{9^{x+1} - 3^{x+4} + 2}{3^x - 9} \leq 10 \cdot 3^x + 3$ .

15. В июле 2023 года планируется взять кредит на некоторую сумму. Условия возврата таковы:

- в январе каждого года долг увеличивается на 25% по сравнению с предыдущим годом;
- с февраля по июнь нужно выплатить часть долга одним платежом.

Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за четыре года), а общая сумма выплат равна 375 000 рублей?

16. Точка  $B$  лежит на отрезке  $AC$ . Прямая, проходящая через точку  $A$ , касается окружности с диаметром  $BC$  в точке  $M$  и второй раз пересекает окружность с диаметром  $AB$  в точке  $K$ . Продолжение отрезка  $MB$  пересекает окружность с диаметром  $AB$  в точке  $D$ .

а) Докажите, что прямые  $AD$  и  $MC$  параллельны.

б) Найдите площадь треугольника  $DBC$ , если  $AK = 7$  и  $MK = 14$ .

17. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{3x - 5} \ln(4x^2 - a^2) = \sqrt{3x - 5} \ln(2x + a)$$

имеет ровно 1 корень.

18. Дано натуральное число. На каждом ходе из него либо вычитают утроенную сумму цифр, либо прибавляют утроенную сумму цифр, так, что полученное число остается натуральным.

а) Могло ли из числа 65 получиться число 41?

б) Могло ли из числа 65 получиться число 43?

в) Какое наименьшее двузначное число можно получить из 65?