

А. Ларин. Тренировочный вариант № 419.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\frac{(1 - \log_{0,5} \sin x - 2 \log_2^2 \sin x) \cdot (\sin x - \cos x)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos(3\pi - x)} = 0$.

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 5\pi\right]$.

2. Квадрат $ABCD$ и прямой цилиндр расположены таким образом, что AB — диаметр верхнего основания цилиндра, а CD лежит в плоскости нижнего основания цилиндра и касается его окружности.

а) Докажите, что плоскость квадрата наклонена к плоскости основания цилиндра под углом 60° .

б) Найдите длину находящейся снаружи цилиндра части отрезка BD , если образующая цилиндра равна $\sqrt{15}$.

3. Решите неравенство: $\log_{x^2}(x-2)^2 - \log_x(3-3x) \leq 0$.

4. 15-го декабря планируется взять кредит в банке на 25 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- с 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо одним платежом выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 24-й долг должен быть на 45 тыс. руб. меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- к 15-му числу 25-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма платежей после полного его погашения составит 1830 тыс. руб.?

5. В треугольнике ABC продолжения высоты CC_1 и биссектрисы BB_1 пересекают описанную окружность в точках N и M соответственно, $\angle ABC = 40^\circ$ и $\angle ACB = 85^\circ$.

а) Докажите, что $BM = CN$.

б) Прямые BC и MN пересекаются в точке D . Найдите площадь треугольника BDN , если его высота BH равна 6.

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$x|x+2a|+1-a=0$$

имеет единственное решение.

7. Обозначим через a_n произведение всех делителей натурального числа n .

а) Может ли быть $a_n = 1000$?

б) Чему равно n , если $a_n = 21\,952$?

в) При каких значениях n выполняется равенство $a_n = n^2$?