А. Ларин. Тренировочный вариант № 418.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $2\sin^2 x-(2+\sqrt{3})\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)+\sqrt{3}=0.$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi;\dfrac{\pi}{2}\right]$.

2. Сторона основания правильной шестиугольной пирамиды $SABCDEF$ равна 6. Боковое ребро наклонено к основанию под углом 45°. Через меньшую диагональ основания AC проведено сечение, которое пересекает противоположное к ней ребро пирамиды SE на расстоянии $\dfrac{3}{\sqrt{2}}$ от вершины пирамиды S.

а) Докажите, что это сечение перпендикулярно боковому ребру SE.

б) Найдите площадь сечения.

3. Решите неравенство: $\log_{|x-1|}(4-|x+2|)\leqslant 1.$

4. Наталья Дмитриевна владеет облигациями, которые стоят n^2 тысяч рублей в конце года n $(n=1,2,\ldots)$. В конце любого года Наталья Дмитриевна может их продать и положить деньги на счет в банке, при этом в конце каждого следующего года сумма на счете будет увеличиваться в $1+m$ раз.

Наталья Дмитриевна хочет продать ценные бумаги в конце такого года, чтобы в конце двадцать восьмого года сумма на ее счете была наибольшей. Расчеты показали, что для этого ценные бумаги нужно продавать строго в конце двадцать третьего года. При каких положительных значениях m это возможно?

5. В треугольнике ABC на сторонах BC, AC и AB взяты соответственно точки A_1, B_1, C_1 так, что прямые AA_1, BB_1, CC_1 пересекаются в одной точке.

а) Докажите, что $\dfrac{BA_1}{A_1C}\cdot\dfrac{CB_1}{B_1A}\cdot\dfrac{AC_1}{C_1B}=1.$

б) Пусть P — точка пересечения прямых AA_1, BB_1, CC_1. Найдите отношение $\dfrac{AP}{PA_1}$, если известно, что точки B_1 и C_1 делят стороны AC и AB соответственно в отношениях 3 : 2 и 2 : 1, считая от вершины A.

6. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$2\cdot 64^x-3\cdot(a+2)\cdot 16^x+12a\cdot 4^x-18a+27=0$$

имеет три корня.

7. В течение n дней каждый день на доску записывают натуральные числа, каждые из которых меньше 6. При этом каждый день (кроме первого) сумма чисел, записанных на доску в этот день, больше, а количество чисел меньше, чем в предыдущий день.

а) Известно, что сумма чисел, записанных в первый день, равна 8. Может ли n быть больше 7?

б) Может ли среднее арифметическое чисел, записанных в первый день, быть меньше 4, среднее арифметическое всех чисел, записанных за все дни, быть больше 4,5?

в) Известно, что $n = 4$. Какое наименьшее количество чисел могло быть записано за все эти дни?