

А. Ларин. Тренировочный вариант № 418.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $2 \sin^2 x - (2 + \sqrt{3}) \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sqrt{3} = 0$.

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$.

2. Сторона основания правильной шестиугольной пирамиды $SABCDEF$ равна 6. Боковое ребро наклонено к основанию под углом 45° . Через меньшую диагональ основания AC проведено сечение, которое пересекает противоположное к ней ребро пирамиды SE на расстоянии $\frac{3}{\sqrt{2}}$ от вершины пирамиды S .

- а) Докажите, что это сечение перпендикулярно боковому ребру SE .
- б) Найдите площадь сечения.

3. Решите неравенство: $\log_{|x-1|}(4 - |x+2|) \leq 1$.

4. Наталья Дмитриевна владеет облигациями, которые стоят n^2 тысяч рублей в конце года n ($n = 1, 2, \dots$). В конце любого года Наталья Дмитриевна может их продать и положить деньги на счет в банке, при этом в конце каждого следующего года сумма на счете будет увеличиваться в $1 + m$ раз.

Наталья Дмитриевна хочет продать ценные бумаги в конце такого года, чтобы в конце двадцать восьмого года сумма на ее счете была наибольшей. Расчеты показали, что для этого ценные бумаги нужно продавать строго в конце двадцать третьего года. При каких положительных значениях m это возможно?

5. В треугольнике ABC на сторонах BC , AC и AB взяты соответственно точки A_1 , B_1 , C_1 так, что прямые AA_1 , BB_1 , CC_1 пересекаются в одной точке.

а) Докажите, что $\frac{BA_1}{A_1C} \cdot \frac{CB_1}{B_1A} \cdot \frac{AC_1}{C_1B} = 1$.

б) Пусть P — точка пересечения прямых AA_1 , BB_1 , CC_1 . Найдите отношение $\frac{AP}{PA_1}$, если известно, что точки B_1 и C_1 делят стороны AC и AB соответственно в отношениях $3 : 2$ и $2 : 1$, считая от вершины A .

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$2 \cdot 64^x - 3 \cdot (a + 2) \cdot 16^x + 12a \cdot 4^x - 18a + 27 = 0$$

имеет три корня.

7. В течение n дней каждый день на доску записывают натуральные числа, каждые из которых меньше 6. При этом каждый день (кроме первого) сумма чисел, записанных на доску в этот день, больше, а количество чисел меньше, чем в предыдущий день.

а) Известно, что сумма чисел, записанных в первый день, равна 8. Может ли n быть больше 7?

б) Может ли среднее арифметическое чисел, записанных в первый день, быть меньше 4, среднее арифметическое всех чисел, записанных за все дни, быть больше 4,5?

в) Известно, что $n = 4$. Какое наименьшее количество чисел могло быть записано за все эти дни?