

А. Ларин. Тренировочный вариант № 416.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\sin^3 x + \cos^3 x = \cos 2x$.

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

2. Радиус основания конуса с вершиной S равен 8, а высота конуса SO равна $\sqrt{88}$. Точка M — середина образующей SA конуса, а точки B и N лежат в плоскости основания конуса так, что отрезок SB — образующая конуса, а прямая MN параллельна SB .

а) Докажите, что прямая AB перпендикулярна плоскости SON .

б) Найдите угол между прямой BM и плоскостью основания конуса, если $AB = 10$.

3. Решите неравенство: $\log_5^2 \frac{(x-4)^2(x-3)}{48} > \log_{0,2}^2 \frac{x-3}{3}$.

4. Правительство решило закрыть нерентабельные шахты и построить новые фабрики и заводы. В результате закрытия одной шахты увольняется 180 человек, при этом на консервацию шахты и выплату пособий увольняемым тратится 52 миллиона рублей. Строительство одного нового завода с персоналом 170 человек стоит 43 млн руб., а одной фабрики с персоналом 110 человек — 20 млн руб. Чему равно максимально возможное увеличение суммарного числа новых рабочих мест, если известно, что сумма всех затрат правительства составила ровно 714 млн руб.?

5. На боковых сторонах AB и AC равнобедренного треугольника ABC отложены равные отрезки AP и CQ соответственно (точки P и Q не являются серединами сторон AB и AC).

а) Докажите, что средняя линия треугольника ABC , параллельная его основанию BC , делит отрезок PQ пополам.

б) Найдите длину отрезка прямой PQ , заключенного внутри вписанной окружности треугольника ABC , если $\angle A = 60^\circ$, $CQ = \sqrt{3}$ и $BP = 2\sqrt{3}$.

6. Найдите все значения параметра b , при каждом из которых уравнение

$$x^4 \cdot (x^2 + \sqrt{b^2 - b - 1}) + \sqrt{(8 - b)^2} + \\ + \sqrt{(27 + b)^2} - \sqrt{(8 - b) \times (27 + b)} = 21$$

имеет единственное решение.

7. На доске написали n необязательно различных действительных чисел: a_1, a_2, \dots, a_n , каждое из которых не меньше 80 и не больше 120. Затем получили ровно n чисел b_1, b_2, \dots, b_n следующим образом. Каждое из чисел a_i , $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ уменьшили одним из двух способов:

1) на 4, то есть $b_i = a_i - 4$ или 2) на 4%, то есть $b_i = 0,96a_i$.

Пусть $r_i = \frac{100(a_i - b_i)}{a_i}$ для всех $i \in \{1, 2, \dots, n\}$.

а) Могло ли оказаться так, что среднее арифметическое n чисел r_1, \dots, r_n равно 3?

б) Могло ли оказаться так, что среднее арифметическое n чисел r_1, \dots, r_n равно 4, а сумма n чисел a_1, a_2, \dots, a_n уменьшилась при этом меньше, чем на $4n$?

в) Пусть на доске было написано 22 числа, а после выполнения указанной операции их сумма уменьшилась на 80. Найдите наибольшее возможное значение среднего арифметического чисел r_1, \dots, r_n .