# А. Ларин. Тренировочный вариант № 414.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

**1.** а) Решите уравнение $\dfrac{\sin^3 x\cdot\cos 3x+\cos^3 x\cdot\sin 3x}{|\sin 2x|}=\dfrac{3}{4}.$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $[2\pi;\,4\pi]$.

**2.** В правильной шестиугольной пирамиде *SABCDEF* с вершиной *S* боковое ребро вдвое больше стороны основания.

а) Докажите, что плоскость, проходящая через середины ребер *SA* и *SD* и вершину *C*, делит высоту *SH* треугольника *ASB* в отношении 2 : 1, считая от вершины *S*.

б) Найдите отношение, в котором плоскость, проходящая через середины ребер *SA* и *SD* и вершину *C*, делит ребро *SF*, считая от вершины *S*.

**3.** Решите неравенство: $\left(\log_{|2x+0,5|}(0,25-x)-1\right)\cdot\log_9(0,25-x)>\log_3\dfrac{0,25-x}{|2x+0,5|}.$

**4.** Игнат 7 марта 2022 года положил на вклад в банке 400 000 рублей. Условия этого вклада таковы:

— в течение года запрещается выполнять какие-либо операции с этим вкладом;

— через каждые 3 месяца (до 7 марта 2023 года) банк увеличивает сумму, к тому моменту находящуюся на вкладе, на $0,25r\%$.

Андрей 7 марта 2022 года положил на вклад в банке 410 700 рублей под 20% годовых. Условия этого вклада таковы:

— в течение года запрещается выполнять какие-либо операции с этим вкладом;

— 7 марта 2023 года банк увеличит вклад на 20%.

Известно, что Игнат через год получит со счета больше, чем Андрей. Найдите наименьшее целое значение $r$.

**5.** Диагонали выпуклого четырехугольника *ABCD* пересекаются в точке *M*. В треугольники *AMB*, *BMC*, *CMD* и *AMD* вписаны окружности с центрами $O_1$, $O_2$, $O_3$ и $O_4$ соответственно.

а) Докажите, что площадь четырёхугольника $O_1O_2O_3O_4$ равна $\dfrac{O_1O_3\cdot O_2O_4}{2}$.

б) Пусть прямая $O_2O_4$ пересекает стороны *BC* и *AD* в точках *P* и *Q* соответственно. Найдите отношение *AQ* : *QD*, если известно, что около четырехугольника *ABCD* можно описать окружность, а отношение площадей треугольников *CMP* и *BMP* равно 3 : 2.

**6.** Найдите все значения параметра $a$, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \left|6\cdot\sqrt{\cos\dfrac{\pi y}{4}}-5\right|-\left|1-6\cdot\sqrt{\cos\dfrac{\pi y}{4}}\right|+\left|12\cdot\sqrt{\cos\dfrac{\pi y}{4}}+1\right|=5-\sin^2\dfrac{\pi(y-2x)}{12}, \\ 10-9\left(x^2+(y-a)^2\right)=3\cdot\sqrt{x^2+(y-a)^2-\dfrac{8}{9}} \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

**7.** На доске разрешается в одну строку так написать $n \geqslant 3$ различных натуральных чисел $a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_n$, чтобы для любого $k=1,\ 2,\ \ldots,\ (n-2)$ число $a_{k+2}$ равнялось либо сумме, либо разности, либо произведению, либо частному взятых в некотором порядке чисел $a_{k+1}$ и $a_k$. Например, этим правилам удовлетворяют 4 числа 3, 12, 4, 8, а также 5 чисел 8, 2, 4, 6, 24, написанные в указанном порядке.

а) Можно ли по этим правилам так написать $n = 5$ чисел, чтобы среди них в некотором порядке встретились четыре числа 1, 2, 3 и 4?

б) Можно ли по этим правилам так написать $n = 4$ нечетных числа, чтобы среди них в некотором порядке встретились три числа 3, 5 и 7?

в) Какое наименьшее значение может принимать $n$, если на доске в некотором порядке встречаются числа 1, 2 и 8?