

**А. Ларин. Тренировочный вариант № 411.**

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение  $2 \log_4^2(\sin x) - x^2 + 21 = (\sqrt{25 - x^2})^2 + 7 \log_4(\sin x)$ .

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$ .

2. В основании прямой призмы  $ABCA_1B_1C_1$  лежит равнобедренный треугольник  $ABC$ , в котором  $AB = BC$  и  $AC = 16$ . На ребре  $BB_1$  выбрана точка  $F$  так, что  $BF : B_1F = 3 : 5$ . Угол между плоскостями  $AA_1C$  и  $AFC$  равен  $45^\circ$ .

а) Докажите, что расстояние между прямыми  $AB$  и  $A_1C_1$  равно боковому ребру призмы.

б) Найдите расстояние между прямыми  $AB$  и  $A_1C_1$ , если  $FC = 10$ .

3. Решите неравенство:  $\left(\frac{5^x - 8}{5^x - 25} + \frac{15}{25^x - 5^{x+2}}\right) \cdot \sqrt{18x^2 - 24x + 8} \geq 0$ .

4. Павел положил 1 миллион рублей на счет в банк на некоторое количество лет. В конце каждого года его вклад увеличивается на 15%. Потом Павел переложил все деньги в другой банк. Во втором банке вклад увеличивался на 20% в конце каждого года. Через несколько лет вклад Павла составил 2 285 280 рублей. Сколько лет вклад Павла хранился во втором банке?

5. В угол вписано несколько окружностей, радиусы которых возрастают. Каждая следующая окружность касается предыдущей окружности. Длина радиуса первой окружности равна 1, а площадь круга, ограниченного четвертой окружностью, равна  $64\pi$ .

а) Докажите, что длины радиусов окружностей образуют геометрическую прогрессию.

б) Найдите сумму длин второй и третьей окружностей.

6. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение:

$$\frac{x^2 + 4x}{\sqrt{a - x^2 - ax - 6x + 7}} = \frac{2a - a^2 + 31}{\sqrt{a - x^2 - ax - 6x + 7}}$$

имеет ровно один корень.

7. На доске в одну строку слева направо написаны  $n$  натуральных чисел, причём каждое следующее из них является квадратом предыдущего.

а) Могли ли при  $n = 3$  на доске быть написаны ровно 11 цифр (например, если на доске написаны числа 5, 25 и 625, то написаны ровно 6 цифр)?

б) Могли ли при  $n = 3$  на доске быть написаны ровно 12 цифр?

в) Какое самое маленькое число может быть написано на доске при  $n = 4$ , если на доске написано ровно 22 цифры?