

А. Ларин. Тренировочный вариант № 407.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\log_{0,5 \sin 2x}(\sin x) \cdot \log_{0,5 \sin 2x}(\cos x) = 0,25$.

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие промежутку $(2, 25\pi; 4, 5\pi]$.

2. Точка F — середина бокового ребра SA правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$, точка M лежит на стороне основания AB . Плоскость β проходит через точки F и M параллельно боковому ребру SC .

а) Плоскость β пересекает ребро SD в точке K . Докажите, что $BM : MA = DK : KS$.

б) Пусть $BM : MA = 3 : 1$. Найдите отношение объемов многогранников, на которые плоскость β разбивает пирамиду.

3. Решите неравенство: $\log_5 x + \log_x \frac{x}{3} < \frac{\log_5 x \cdot (2 - \log_3 x)}{\log_3 x}$.

4. У инвестора есть 50 миллионов рублей. Часть денег он планирует вложить в проект. Если он вложит в проект $\frac{5x^2}{144}$ млн руб., то по завершении проекта он получит x млн руб. Невложенные в проект деньги инвестор планирует разместить на банковском счете. По завершении проекта инвестор получит из банка сумму, увеличенную на 20%.

Инвестор собирается распределить деньги так, чтобы общая сумма полученных им денег от вложения в проект и размещения в банке оказалась наибольшей. Прибыль от проекта — это разность между полученной от проекта и вложенной в проект суммами денег. Найдите, сколько процентов составит прибыль от проекта от вложенной в него суммы денег.

5. В остроугольном треугольнике ABC на высоте AD взята точка M , а на высоте BP точка N так, что углы BMC и ANC — прямые. Известно, что $\angle MCN = 30^\circ$ и $MN = 4 + 2\sqrt{3}$.

а) Докажите, что $\frac{MD^2}{BD \cdot CD} = 1$.

б) Найдите длину биссектрисы CL треугольника MCN .

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение:

$$3\sqrt[5]{x+2} = 16a^2\sqrt[3]{32x+32} + \sqrt[10]{x^2+3x+2}$$

имеет единственное решение.

7. На доске написано N различных натуральных чисел, каждое из которых не превосходит 33. Для каждой двух написанных чисел a и b таких, что $a < b$, ни одно из написанных чисел не делится на $b - a$ и ни одно из написанных чисел не является делителем числа $b - a$.

а) Могли ли на доске быть написаны числа 11, 12, 13?

б) Среди написанных на доске чисел есть число 15. Может ли N быть равным 18?

в) Найдите наибольшее значение N .