

## А. Ларин. Тренировочный вариант № 405.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение  $\operatorname{ctg}^4 x = \cos^2 2x - 1$ .

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $[\pi; 2\pi]$ .

2. В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  сторона основания  $AB$  равна 16, высота  $SH$  равна 10. Точка  $K$  — середина бокового ребра  $SA$ . Плоскость, параллельная плоскости  $ABC$ , проходит через точку  $K$  и пересекает ребра  $SB$  и  $SC$  в точках  $Q$  и  $P$  соответственно.

а) Докажите, что площадь четырехугольника  $BSPQ$  составляет  $\frac{3}{4}$  площади треугольника  $SBC$ .

б) Найдите объем пирамиды  $KBSPQ$ .

3. Решите неравенство:

$$9^{\log_2(x-1)-1} - 8 \cdot 5^{\log_2(x-1)-2} > 9^{\log_2(x-1)} - 16 \cdot 5^{\log_2(x-1)-1}.$$

4. В июле Анна планирует взять кредит на 3 года на целое число миллионов рублей. Два банка предложили Анне оформить кредит на следующих условиях:

— в январе каждого года действия кредита долг увеличивается на некоторое число процентов (ставка плавающая — может быть разной для разных годов);

— в период с февраля по июнь каждого года действия кредита выплачиваются равные суммы, причем последний платеж должен погасить долг по кредиту полностью.

В первом банке процентная ставка по годам составляет 10, 20 и 15 процентов соответственно, а во втором — 15, 10 и 20 процентов. Анна выбрала наиболее выгодное предложение. Найдите сумму кредита (в млн рублей), если эта выгода по общим выплатам по кредиту составила от 14 до 15 тысяч рублей.

5. В четырехугольнике  $ABCD$  противоположные стороны не параллельны. Диагонали четырехугольника  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$  под прямым углом и образуют четыре подобных треугольника, у каждого из которых одна из вершин — точка  $O$ .

а) Докажите, что около четырехугольника  $ABCD$  можно описать окружность.

б) Найдите радиус окружности, вписанной в четырехугольник  $ABCD$ , если  $AC = 10$  и  $BD = 26$ .

6. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение:

$$\frac{\log_{0,4}(6x^2 - 13x + 5ax - 6a^2 - 13a + 6)}{\sqrt{2x - 3a + 4}} = 0$$

имеет единственный корень.

7. Трехзначное число, меньшее 910, поделили на сумму его цифр и получили натуральное число  $n$ .

а) Может ли  $n$  равняться 68?

б) Может ли  $n$  равняться 86?

в) Какое наибольшее значение может принимать  $n$ , если все цифры ненулевые?