

**ЕГЭ по математике 27.06.2022. Основная волна, резервный день. Санкт-Петербург, Москва, центр.  
Вариант 501**

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение  $\log_6(\sqrt{3}\cos x + \sin 2x + 6) = 1$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ .

2. Точка  $M$  — середина ребра  $AA_1$  треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$ , в основании которой лежит треугольник  $ABC$ . Плоскость  $\alpha$  проходит через точки  $B$  и  $B_1$  перпендикулярно прямой  $C_1M$ .

а) Докажите, что одна из диагоналей грани  $ACC_1A_1$  равна одному из ребер этой грани.

б) Найдите расстояние от точки  $C$  до плоскости  $\alpha$ , если плоскость  $\alpha$  делит ребро  $AC$  в отношении  $1 : 3$ , считая от вершины  $A$ ,  $AC = 10$ ,  $AA_1 = 12$ .

3. Решите неравенство:  $\frac{2 \cdot 3^x - 10 \cdot 3^{2-x}}{3^x - 3^{2-x}} \geq 1$ .

4. 15-го января планируется взять кредит в банке на некоторый срок (целое число месяцев). Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг будет возрастать на 5 % по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо одним платежом выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

На сколько месяцев планируется взять кредит, если известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет на 25 % больше суммы, взятой в кредит?

5. Точка  $D$  лежит на основании  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$ . Точки  $I$  и  $J$  — центры окружностей, описанных около треугольников  $ABD$  и  $CBD$  соответственно.

а) Докажите, что прямые  $BI$  и  $DJ$  параллельны.

б) Найдите  $IJ$ , если  $AC = 12$ ,  $\cos \angle BDC = \frac{3}{7}$ .

6. Найти все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x^4 - 9x^2 + a^2} = x^2 + 3x - a$$

имеет ровно три различных корня.

7. У ювелира есть 47 полудрагоценных камней, масса каждого из которых — целое число граммов, не меньше 100 (некоторые камни могут иметь равную массу). Эти камни распределили по трем кучам: в первой куче  $n_1$  камней, во второй —  $n_2$  камней, в третьей —  $n_3$  камней, причем  $n_1 < n_2 < n_3$ . Суммарная масса (в граммах) камней в первой куче равна  $S_1$ , во второй —  $S_2$ , а в третьей —  $S_3$ .

а) Может ли выполняться неравенство  $S_1 > S_2 > S_3$ ?

б) Может ли выполняться неравенство  $S_1 > S_2 > S_3$ , если масса любого камня не превосходит 105 граммов?

в) Известно, что масса любого камня не превосходит  $k$  граммов. Найдите наименьшее целое значение  $k$ , для которого может выполняться неравенство  $S_1 > S_2 > S_3$ .