

ЕГЭ по математике 27.06.2022. Основная волна, резервный день. Санкт-Петербург, Москва, центр. Вариант 502

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\log_9(\sqrt{2}\sin x + \sin 2x + 9) = 1$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

2. Точка M — середина ребра AA_1 треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$, в основании которой лежит треугольник ABC . Плоскость α проходит через точки B и B_1 перпендикулярно прямой C_1M .

а) Докажите, что одна из диагоналей грани ACC_1A_1 равна одному из ребер этой грани.

б) Найдите расстояние от точки C до плоскости α , если плоскость α делит ребро AC в отношении 1:5, считая от вершины A , $AC = 20$, $AA_1 = 32$.

3. Решите неравенство: $\frac{2^{x+1} - 17 \cdot 2^{2-x}}{2^x - 2^{6-x}} \geq 1$.

4. 15-го января планируется взять кредит в банке на некоторый срок (целое число месяцев). Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг будет возрастать на 1 % по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо одним платежом выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

На сколько месяцев планируется взять кредит, если известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет на 20 % больше суммы, взятой в кредит?

5. Точка D лежит на основании AC равнобедренного треугольника ABC . Точки I и J — центры окружностей, описанных около треугольников ABD и CBD соответственно.

а) Докажите, что прямые BI и DJ параллельны.

б) Найдите IJ , если $AC = 16$, $\cos \angle BDC = \frac{1}{9}$.

6. Найти все значения a , при которых уравнение

$$\sqrt{x^4 - 4x^2 + a^2} = x^2 + 2x - a$$

имеет ровно три различных корня.

7. У ювелира есть 38 полудрагоценных камней, масса каждого из которых — целое число граммов, не меньше 100 (некоторые камни могут иметь равную массу). Эти камни распределили по трем кучам: в первой куче n_1 камней, во второй — n_2 камней, в третьей — n_3 камней, причем $n_1 < n_2 < n_3$. Суммарная масса (в граммах) камней в первой куче равна S_1 , во второй — S_2 , а в третьей — S_3 .

а) Может ли выполняться неравенство $S_1 > S_2 > S_3$?

б) Может ли выполняться неравенство $S_1 > S_2 > S_3$, если масса любого камня не превосходит 108 граммов?

в) Известно, что масса любого камня не превосходит k граммов. Найдите наименьшее целое значение k , для которого может выполняться неравенство $S_1 > S_2 > S_3$.